



Sandy Gomes Lameiras  
N.º 130144007

**Os conceitos de área e de  
perímetro: contribuições do uso do  
geoplano e da tecnologia dinâmica**

Relatório do Projeto de Investigação

Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclos do  
Ensino Básico

Setúbal, fevereiro de 2016



# **Os conceitos de área e de perímetro: contribuições do uso do geoplano e da tecnologia dinâmica.**

Sandy Gomes Lameiras

Relatório do Projeto de Investigação  
Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico

Sob orientação do Professor Doutor José António de Oliveira Duarte

fevereiro, 2016

## Resumo

Este trabalho apresenta um estudo, realizado no âmbito da Unidade Curricular Estágio no 2º Ciclo, no ano letivo 2014/2015, que se desenvolveu com alunos do 5º ano de escolaridade de uma turma do 2º Ciclo do Ensino Básico. O seu principal objetivo é compreender os contributos do geoplano e da tecnologia dinâmica na aprendizagem dos conceitos de área e perímetro, identificando características que favoreçam a aprendizagem, bem como possíveis limitações e dificuldades no seu uso em contexto sala de aula.

Como forma de objetivar o estudo formulei três questões orientadoras: Que representações têm os alunos dos conceitos de área e de perímetro? Quais os contributos dos materiais manipuláveis para a resolução de tarefas, envolvendo os conceitos de área e de perímetro de figuras planas? Quais os contributos das aplicações digitais de geometria dinâmica na visualização dos conceitos de área e de perímetro de figuras planas?

Este estudo segue uma metodologia qualitativa e interpretativa, na modalidade de estudo de caso. A recolha de dados foi efetuada numa turma de 5.º ano, sendo estudada a própria turma e, de modo mais aprofundado, dois casos. Para a recolha de dados foram utilizados a observação de aulas, entrevistas, questionários e documentos produzidos pelos alunos.

Os resultados do estudo revelam que os alunos estiveram bastante interessados e envolvidos em todas as atividades desenvolvidas com o geoplano e os aplicativos digitais. Entre as razões para o seu interesse e envolvimento, estão a possibilidade de desenvolverem um trabalho em que tinham alguma autonomia e a oportunidade de manipularem materiais, não recorrentemente utilizados em sala de aula. O trabalho simultâneo dos dois conceitos, com o recurso ao geoplano e aos aplicativos digitais, permitiu aos alunos ultrapassarem algumas das suas dificuldades e distinguirem com maior clareza os conceitos de área e perímetro.

**Palavras-chave:** Área, Perímetro, Geoplano e Aplicativos digitais de geometria dinâmica.

## **Abstract**

This report presents a study carried out under Stage in the 2nd cycle of the course of the school year 2014/2015, which is developed with a group of 5 th grade of the 2nd cycle of elementary education. Its main objective is to understand the contributions of geoboard and dynamic technology in learning the concepts of area and perimeter, identifying characteristics that promote learning as well as potential limitations and difficulties in its use in the classroom.

As a means to perform the present study, the following investigation questions were formulated: What representations have students of the concepts of area and perimeter? What are the contributions of manipulatives materials for solving tasks involving the concepts of area and perimeter of plane figures? What are the contributions of digital applications of dynamic geometry in the visualization of the concepts of area and perimeter of plane figures?

This is a study that follows a qualitative and interpretative methodology in case study design. Data collection was performed a group of 5 th grade class being studied his own class and more in depth the two cases. For collecting data were used to observe lessons, interviews, questionnaires and documents produced by the students.

The study results reveal that the students were very interested and involved in all activities with geoboard and digital applications. Among the reasons for your interest and involvement, are the possibility of developing a job in which they had some autonomy and the opportunity to manipulate materials, not repeatedly used in the classroom. Simultaneous work of both concepts with the use of geoboard and digital applications, allowed the students overcome some of their difficulties and distinguish more clearly the concepts of area and perimeter.

**Keywords:** Area, Perimeter, Geoboard and Digital dynamic geometry applications.

## **Agradecimentos**

Ao meu orientador, Professor Doutor José António de Oliveira Duarte, por todo o apoio na realização deste trabalho. Muito obrigada pelas sugestões e críticas sempre pertinentes, pela sua disponibilidade, dedicação e incentivo.

À minha família, em particular aos meus pais e à minha irmã, que me apoiaram incondicionalmente nesta etapa e não me deixaram desistir.

Aos alunos que participaram nesta investigação, em especial ao António e à Maria, pela disponibilidade que sempre manifestaram. Sem eles não teria sido possível concretizar este estudo.

Ao professor cooperante, Luís Pacheco, que contribuiu com tudo o que estava ao seu alcance, para que conseguisse implementar este projeto.

À minha colega de estágio, Carina Guerreiro, pela colaboração e pela ajuda na recolha de dados para este estudo.

Às minhas colegas de mestrado, pelos momentos de partilha, de trabalho e companheirismo.

E a todos os meus amigos, pelas palavras de incentivo e apoio.

# Índice

<b>CAPÍTULO I.....</b>	<b>1</b>
<b>Introdução.....</b>	<b>1</b>
Pertinência e principais motivações .....	1
Objetivo e as questões do estudo .....	5
<b>CAPÍTULO II .....</b>	<b>7</b>
<b>Quadro teórico de referência .....</b>	<b>7</b>
A geometria no Ensino Básico.....	7
1 - Orientações Curriculares para o ensino da Geometria .....	7
2 - Medida.....	9
3 - Área e Perímetro .....	10
Os materiais na aprendizagem .....	12
1 - Materiais manipuláveis.....	12
2 - Geoplano .....	14
3 - Computador .....	16
<b>CAPÍTULO III.....</b>	<b>20</b>
<b>Metodologia .....</b>	<b>20</b>
Opções metodológicas gerais .....	20
Instrumentos e procedimentos de recolha e análise de dados .....	24
1 - Técnicas de recolha de dados.....	24
Inquérito por questionário .....	24
Inquérito por entrevista.....	25
Observação participante .....	26
Análise documental .....	26
2 - Plano de recolha de dados .....	27
3 - Técnica de análise de dados e categorias de análise .....	29
Categorias de análise .....	30
Caracterização do contexto.....	30
A escola .....	30
A turma.....	31
Caracterização e critérios de escolha dos alunos para o estudo de caso.....	32
António .....	33
Maria .....	33
<b>CAPÍTULO IV.....</b>	<b>34</b>
<b>Análise de dados .....</b>	<b>34</b>
Caso António .....	34

Tarefa 1 – Ficha de diagnóstico .....	34
Tarefa 2 – Atividade com pentaminós.....	36
Tarefa 3 – Unidades de medida não standard - tarefa com o geoplano .....	38
Tarefa 4 – Mesmo perímetro mas áreas diferentes - tarefa com o geoplano .....	39
Tarefa 5 – Atividade de exploração de um aplicativo digital sobre perímetro e área do retângulo .....	40
Tarefa 6 – Atividade com o geoplano para determinar a fórmula da área de um triângulo (método das metades) .....	42
Tarefa 7 – Atividade de exploração de um aplicativo digital sobre área do triângulo .....	43
Síntese .....	45
Caso Maria .....	48
Tarefa 1 – Ficha de diagnóstico .....	48
Tarefa 2 – Atividade com pentaminós.....	50
Tarefa 3 – Unidades de medida não standard - tarefa com o geoplano .....	51
Tarefa 4 – Mesmo perímetro mas áreas diferentes - tarefa com o geoplano .....	52
Tarefa 5 – Atividade de exploração de um aplicativo digital sobre perímetro e área do retângulo .....	53
Tarefa 6 – Atividade com o geoplano para determinar a fórmula da área de um triângulo (método das metades) .....	54
Tarefa 7 – Atividade de exploração de um aplicativo digital sobre área do triângulo .....	56
Síntese .....	57
Síntese Global .....	59
<b>CAPÍTULO V .....</b>	<b>61</b>
<b>Considerações globais.....</b>	<b>61</b>
Síntese do estudo .....	61
Conclusões do estudo .....	62
a) Que representações têm os alunos dos conceitos de área e perímetro? .....	62
b) Quais os contributos dos materiais manipuláveis para a resolução de tarefas, envolvendo os conceitos de área e de perímetro de figuras planas? .....	63
c) Quais os contributos das aplicações digitais de geometria dinâmica na visualização dos conceitos de área e de perímetro de figuras planas?.....	65
Limitações e recomendações .....	68
Reflexão final .....	70
<b>Bibliografia .....</b>	<b>71</b>
<b>Anexos .....</b>	<b>74</b>
Anexo I – Ficha de Diagnóstico.....	75
Anexo II – Ficha de trabalho da atividade Unidades de medida não standard .....	78
Anexo III – Ficha de trabalho da atividade de exploração de um aplicativo digital sobre perímetro e área do retângulo .....	79

Anexo IV – Ficha de trabalho da atividade de exploração de um aplicativo digital sobre área do triângulo.....	80
Anexo V – Análise estatística dos inquéritos por questionário .....	82



## Índice de Figuras

<b>Figura 1</b> - Registo escrito do António na questão 2 da 1ª parte da ficha de diagnóstico.....	35
<b>Figura 2</b> - Registo escrito do António na questão 3 da ficha de diagnóstico.....	36
<b>Figura 3</b> - Pentaminó apresentado aos alunos .....	36
<b>Figura 4</b> - Pentaminó encontrado pelo António.....	37
<b>Figura 5</b> - Registo escrito do António na ficha de trabalho da tarefa <i>Unidades de medida não standard</i> .....	39
<b>Figura 6</b> - Figura do António na ficha de trabalho da tarefa <i>Unidades de medida não standard</i> .....	39
<b>Figura 7</b> - Aplicativo digital sobre perímetro e área do retângulo .....	41
<b>Figura 8</b> - Aplicativo digital sobre área do triângulo .....	44
<b>Figura 9</b> - Registo escrito da Maria na questão 2 da 2ª parte da ficha de diagnóstico .....	48
<b>Figura 10</b> - Registo escrito da Maria na questão 2 da 1ª parte da ficha de diagnóstico .....	49
<b>Figura 11</b> - Registo escrito da Maria na questão 1 da 1ª parte da ficha de diagnóstico .....	49
<b>Figura 12</b> - Registo do quadro durante a <i>Atividade com pentaminós</i> .....	50
<b>Figura 13</b> - Figura da Maria na ficha de trabalho da tarefa <i>Unidades de medida não standard</i> .....	52
<b>Figura 14</b> - Figura da Maria no papel pontado.....	53
<b>Figura 15</b> - Registo escrito da Maria na questão 3 da ficha de trabalho da <i>Atividade de exploração de um aplicativo digital sobre perímetro e área do retângulo</i> .....	54
<b>Figura 16</b> - Registo escrito da Maria na questão 4 da ficha de trabalho da <i>Atividade de exploração de um aplicativo digital sobre área do triângulo</i> .....	56
<b>Figura 17</b> - Registo escrito da Maria na questão 7 da ficha de trabalho da <i>Atividade de exploração de um aplicativo digital sobre área do triângulo</i> .....	56

# **CAPÍTULO I**

## **Introdução**

No âmbito da Unidade Curricular Estágio no 2º ciclo inserida no Plano de Estudos do 2.º ano do Mestrado em 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico, foi-nos proposta a elaboração de um relatório escrito individual assente num projeto de investigação.

O tema do projeto de investigação incide na compreensão de como são apreendidos os conceitos de área e de perímetro com o recurso ao geoplano e a aplicações digitais de geometria dinâmica. O seu desenvolvimento decorreu de forma contextualizada pois o projeto constitui uma investigação sobre a prática pedagógica desenvolvida no contexto do 2º Ciclo do Ensino Básico, mais precisamente no 5.º ano de escolaridade. De acordo com o programa de Matemática do 2º Ciclos do Ensino Básico, o estudo enquadra-se no domínio da Geometria e Medida.

Neste sentido, este capítulo está organizado em duas secções. Na primeira secção refiro a pertinência face às motivações pessoais, ao conhecimento existente sobre o tema e ao contexto em que é realizado o projeto e na segunda exponho o objetivo, as questões da investigação e apresento ainda a estrutura do relatório.

### **Pertinência e principais motivações**

A escolha do tema para o estudo surgiu das dificuldades que os alunos apresentam na aprendizagem da matemática, sentidas enquanto estagiária. Os conceitos de área e perímetro, apesar de lecionados no 1º Ciclo do Ensino Básico, podem não estar totalmente assimilados pelos alunos, pois é recorrente alguns deles apresentarem dificuldades na sua distinção, principalmente no seu cálculo, e na seleção das unidades de medida adequadas.

Querer entender de que modo se podem colmatar tais constrangimentos em sala de aula de forma a potenciar a aprendizagem da matemática, foi o mote para a escolha da direção para o meu projeto de investigação. Durante a minha experiência nas diversas valências de ensino que pude vivenciar ao longo do meu percurso académico,

proporcionados na Licenciatura e no Mestrado, verifiquei que o recurso a materiais manipuláveis e à tecnologia no ensino da Matemática, não era uma prática comum em sala de aula. Para além disso, quando se utilizavam esses recursos, o interesse e motivação dos alunos no seu manuseamento proporcionavam momentos propícios para a aprendizagem de conteúdos matemáticos. Neste sentido, considero que é de todo pertinente compreender de que modo a utilização de materiais manipuláveis e da tecnologia potencializam as oportunidades de aprendizagem.

Deste modo, saber como os alunos lidam com os materiais manipuláveis e a tecnologia, como os utilizam na realização de tarefas propostas e, acima de tudo, compreender quais as suas potencialidades para o ensino e aprendizagem da Matemática, são os principais pressupostos que sustentam o meu interesse pelo estudo desta temática.

Além do meu interesse por compreender alguns fenómenos associados ao processo ensino-aprendizagem que decorrem da exploração de determinados materiais para a aprendizagem de alguns conceitos associados à área da Matemática, existe outra motivação que me leva a escolher este tema - o contexto de estágio, nomeadamente as dificuldades dos alunos e as práticas habituais de ensino-aprendizagem da Matemática em contexto sala de aula. Em conversa com o professor cooperante apercebi-me que não era habitual o uso de materiais manipuláveis para além dos mais recorrentes: régua, compasso, transferidor, esquadro e calculadora. E o recurso à tecnologia baseava-se essencialmente no visionamento de vídeos associados a alguns conteúdos programáticos. Apesar de a escola possuir um leque variado de materiais disponíveis para uso interno, de todas as salas estarem equipadas com um *datashow* e algumas com internet, e da existência de uma sala de informática disponível mediante marcação prévia, esses meios só eram utilizados esporadicamente.

A opção pelo estudo da Geometria e Medida, mais precisamente, das áreas e dos perímetros, para além do seu enquadramento no Programa e Metas Curriculares de Matemática para o 5º ano de escolaridade e na planificação anual do Agrupamento de Escolas da Boa Água para o 5º ano de escolaridade, deveu-se ao facto de ser um dos temas que coincidia com a minha prática pedagógica. No entanto, o facto da exploração de alguns conceitos geométricos possibilitar a utilização de recursos manipuláveis e tecnológicos para trabalhar os mesmos, permitiu-me assumir uma postura investigativa sobre a relação existente entre a exploração de materiais e a aprendizagem da geometria.

Ainda que a área e o perímetro não sejam conceitos estranhos para alunos do 5º ano de escolaridade, uma vez que estes já foram lecionados em anos anteriores, existem ainda algumas lacunas relativamente aos dois conceitos, pois estes encontram-se muito próximos. É frequente os alunos apresentarem algumas dúvidas no que toca à sua distinção, levando à ocorrência de erros relacionados com a atribuição de uma unidade de medida e com a operação matemática associada ao cálculo de cada um dos conceitos. A troca destes conceitos faz com que os alunos não sejam capazes de identificar, em enunciados de problemas e exercícios, ou mesmo em situações do seu quotidiano, qual a medição que devem trabalhar. Assim sendo, sem a total compreensão dos conceitos não é possível que os alunos evoluam matematicamente, continuando estes a apresentar dificuldades no seu uso.

Do que já foi anteriormente referido, é de realçar ainda a pertinência do estudo incidir na geometria, no que toca ao desenvolvimento, junto do aluno, de competências geométricas para que o mesmo desenvolva o sentido espacial, pois

A Geometria (não só a euclidiana) está intimamente ligada com a realidade uma vez que é o estudo do espaço e das formas que o envolvem e a vida diária das pessoas envolve relações espaciais de tipo qualitativo e quantitativo (Serrazina & Matos, 1996, p. 9).

A geometria assume assim um papel preponderante no ensino da matemática. Este tópico assume-se como essencial para a compreensão da realidade que nos circunda, permitindo mesmo estabelecer relações entre conceitos geométricos e outros tópicos da matemática facilitando a compreensão e apreensão dos mesmos (NCTM, 2007). A título de exemplo, os conceitos de área e perímetro surgem como noções essenciais para o nosso quotidiano, pois facilmente reconhecemos a sua aplicação em situações recorrentes do nosso dia-a-dia. Neste sentido, devemos proporcionar aos alunos um contexto que permita a estes apreenderem e compreenderem a utilidade e aplicabilidade dos conceitos área e perímetro.

O uso de materiais no ensino da matemática é justificado, de acordo com o programa de Matemática do 2º ciclo do Ensino Básico, pois o ensino da Geometria deve permitir a realização de tarefas com recurso a instrumentos de desenho e de medida como, régua, esquadro, compasso, transferidor e programas de geometria dinâmica. Isto é, o uso de materiais manipuláveis está necessariamente associado ao ensino da geometria, devido às suas propriedades e possibilidades de manuseamento favorável à compreensão de conceitos da geometria.

Ao dar aos alunos a oportunidade de experimentar a matemática através da manipulação de materiais não estamos apenas a fomentar uma actividade lúdica, mas estamos principalmente a criar situações que favorecem o desenvolvimento do pensamento abstracto. A formação dos conceitos pertencem à essência da aprendizagem da Matemática e ela tem de ser fundamentalmente baseada na experiência (Serrazina & Matos, 1996, p. 8).

Para além disso, o recurso a materiais manipuláveis pode “desempenhar um papel importante no sentido de encorajar os alunos a verbalizarem e a comunicarem matematicamente, construindo e aperfeiçoando um discurso próprio da Matemática.” (Fonseca, 1999, p. 127).

Dos materiais disponíveis para potenciar a aprendizagem em geometria destaca-se o geoplano. Este material é amplamente reconhecido pelos seus benefícios para o ensino da matemática. A sua versatilidade de uso para trabalhar diversos conceitos matemáticos; a sua transversalidade a vários níveis de escolaridade; o facto de ser um material frequentemente presente nas escolas, devido ao seu baixo custo; a sua facilidade e flexibilidade de manuseamento; e o facto de se poder apresentar sob diversas formas (papel pontado, objeto físico ou como ferramenta tecnológica) são algumas particularidades que atribuem ao geoplano um importante papel no que toca ao ensino da geometria e da matemática em geral. Este é “um excelente meio para as crianças explorarem problemas geométricos, registando o seu trabalho no papel pontado” (Serrazina e Matos, 1996, p. 13).

No que toca ao uso de aplicações digitais de geometria dinâmica no processo ensino-aprendizagem, facilmente se compreende a necessidade de utilizar materiais tecnológicos no ensino, devido ao facto de ser próxima aos alunos. Dissociar a tecnologia do processo ensino-aprendizagem dos alunos, é perder todos os benefícios que o seu uso acarreta, uma vez que permitem captar melhor a atenção dos alunos, motivando a aprendizagem dos mesmos. A sua utilização é por isso adequada à realidade atual dos contextos educativos,

os nossos alunos, cidadãos de amanhã, não necessitam apenas de aprender mais matemática, mas também uma matemática de alcance mais largo. Devem adquirir bases académicas sólidas que lhes permitam estender os seus conhecimentos, interpretar informação, tomar decisões razoáveis e resolver problemas cada vez mais complexos utilizando diversas abordagens e ferramentas, incluindo calculadoras e computadores (NCTM, 1993, p. vii).

Existem atualmente recursos informáticos que bem utilizados podem proporcionar e potencializar momentos de aprendizagem. Estes permitem realizar atividades que impliquem desenvolver as capacidades interventivas e participativas dos alunos no ensino. Nesta perspetiva, são ótimos recursos didáticos para o processo de ensino-aprendizagem.

O contributo de qualquer material manipulável no processo de ensino-aprendizagem é da responsabilidade do professor, cabe por isso a este atribuir uma intencionalidade ao modo como utiliza os materiais. É portanto imprescindível referir que os materiais, por si só, não são um fim em si mesmo, mas sim um meio de alcançar um determinado objetivo. Desenvolver um trabalho de complementaridade com tarefas adequadas a objetivos previamente definidos é fundamental, pois “o simples acesso a recursos de informação não só não garante que eles serão usados, como não garante que, sendo usados, sejam devidamente usados” (Figueiredo, 2000, p. 75). Cabe ao professor a responsabilidade de conhecer bem o material, bem como o melhor modo de o potenciar, tendo em vista as aprendizagens dos alunos. Visto que a aprendizagem não pode ser, por isso, destituída de um contexto significativo para o aprendente, devem-se criar condições de aprendizagem para dar sentido ao que se está a aprender (Papert, 1997) e assim permitir uma assimilação mais profunda de conceitos que até então não tinham sido explorados ou consolidados.

## **Objetivo e as questões do estudo**

O principal objetivo da investigação é compreender os contributos do geoplano e das aplicações digitais de geometria dinâmica na aprendizagem da Geometria e Medida, mais precisamente dos conceitos de área e perímetro, identificando quais as características que auxiliam a sua compreensão e eventuais limitações ou dificuldades do seu uso em sala de aula.

Neste sentido foram desenvolvidas, junto de uma turma do 5º ano de escolaridade, um conjunto de tarefas que envolveram a utilização do geoplano e de aplicações digitais de geometria dinâmica, de forma a permitir a recolha de dados para o estudo em questão.

Para responder ao problema enunciado considero as seguintes questões:

- a) Que representações têm os alunos dos conceitos de área e perímetro?
- b) Quais os contributos dos materiais manipuláveis para a resolução de tarefas, envolvendo os conceitos de área e de perímetro de figuras planas?
- c) Quais os contributos das aplicações digitais de geometria dinâmica na visualização dos conceitos de área e de perímetro de figuras planas?

O trabalho que se segue encontra-se organizado em cinco capítulos. Este primeiro capítulo apresenta o problema e as questões do estudo a desenvolver, identificando a pertinência do estudo face às motivações pessoais, ao conhecimento existente sobre o tema e ao contexto em que é realizado o projeto. O segundo capítulo desenvolve o quadro teórico de referência apresentando uma revisão da literatura relativa ao tema. O terceiro capítulo fundamenta e caracteriza a metodologia adotada. A apresentação, análise e interpretação dos dados recolhidos surge no quarto capítulo. O quinto e último capítulo apresenta as considerações globais sobre o estudo.

## **CAPÍTULO II**

### **Quadro teórico de referência**

Este capítulo apresenta os principais pressupostos teóricos, de acordo com o objetivo desta investigação, estando dividido em duas secções: a geometria no Ensino Básico e os materiais na aprendizagem da geometria.

#### **A geometria no Ensino Básico**

##### **1 - Orientações Curriculares para o ensino da Geometria**

O estudo da geometria ajuda os alunos a representar e a dar significado ao mundo. Os modelos geométricos fornecem uma perspectiva a partir da qual os alunos podem analisar e resolver problemas, e as interpretações geométricas podem ajudá-los a compreender mais facilmente uma representação abstracta (simbólica) (NCTM, 1991, p. 133).

A construção e manipulação destes modelos permitem aos alunos representarem e resolverem problemas relativos à matemática ou a problemas do seu quotidiano (Palhares, 2004), competências estas essenciais uma vez que “alunos do 5º ano de escolaridade estão interessados na forma como as coisas se relacionam” (NCTM, 1993, p. 25), realçando assim os benefícios de desenvolver o pensamento geométrico dos alunos.

Face ao exposto, são reconhecidos os benefícios do estudo da geometria, sendo por isso compreensível o papel que a mesma assume no currículo, conferindo-lhe um lugar de destaque. Devido ao seu principal propósito – desenvolver a visualização e o raciocínio espacial dos alunos (Rodrigues & Bernardo, 2011), trabalhar geometria representa mais do que a simples tarefa de memorizar definições e aplicar fórmulas. Neste sentido o estudo da geometria “deve contemplar a descrição de relações e de raciocínios, a construção de justificações e de demonstrações” (Palhares, 2004, p. 251). Para além disso, de acordo com as Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar (1991), para os alunos deste ano de escolaridade “a geometria deve focar-se na investigação e utilização de ideias geométricas e de relações, em vez da memorização



de definições e fórmulas” (NCTM, 1991, p. 133), permitindo assim desenvolver, segundo o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2013), as três finalidades da matemática: a estrutura do pensamento, a análise do mundo natural e a interpretação da sociedade. A geometria permite assim que “os alunos descubram relações e desenvolvam o sentido espacial ao construir, desenharem, medirem, visualizarem, compararem, transformarem, e classificarem figuras geométricas” (NCTM, 1991, p. 133).

Assim sendo, para qualquer nível de ensino, é fundamental que o ensino da geometria possibilite:

- Analisar as características e propriedades de formas geométricas bi e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos acerca de relações geométricas;
- Especificar posições e descrever relações espaciais recorrendo à geometria de coordenadas e a outros sistemas de representação;
- Aplicar transformações geométricas e usar simetrias para analisar situações matemáticas;
- Usar a visualização, o raciocínio espacial e a modelação geométrica para resolver problemas (NCTM, 2007, p. 44).

Para além do que já foi anteriormente referido, segundo o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2013), a geometria do 2º ciclo do Ensino Básico permite introduzir conceitos e propriedades elementares, e “tratando-se de uma etapa indispensável ao estudo sério e rigoroso da Geometria nos ciclos de ensino posteriores, os alunos deverão saber relacionar as diferentes propriedades estudadas com aquelas que já conhecem e que são pertinentes em cada situação” (ME, 2013, p. 14). Nesta faixa etária, em que se encontram os alunos em questão, o estudo da geometria deve possibilitar a exploração informal, característica de anos anteriores, com “processos mais formalizados” característicos de anos posteriores (NCTM, 1991), permitindo esta transição edificar “uma base mais sólida para a geometria mais formal a ser estudada no secundário” (NCTM, 1993, p. 25).

Em geometria, a aprendizagem passa necessariamente pela exploração e manipulação de materiais, privilegiando tarefas que envolvam instrumentos de desenho e medida

(ME, 2013). Esta necessidade deve-se ao facto de “muitos alunos deste nível de escolaridade ainda estarem dependentes de referências concretas” (NCTM, 1993, p. 25).

## **2 - Medida**

A geometria e a medida são tópicos que se encontram interligados, acabando por se complementar (NCTM, 1991). A relação entre os tópicos é verificável, por exemplo, com a determinação do perímetro e da área de figuras irregulares pois “podem ser determinados usando segmentos de recta e quadrados, respectivamente” (NCTM, 1991, p. 139).

Medir é uma ação necessária no nosso dia-a-dia, independentemente da nossa profissão, para as mais variadas situações (Caraça, 1998), e as crianças não escapam dessa necessidade, pois inevitavelmente “contactam com ideias de medida, quer dentro da escola quer fora dela, em áreas como a arquitectura, a arte, a ciência, o desenho, os desportos, a culinária e as compras, e ainda na leitura de um mapa” (NCTM, 1991, p. 138). Neste sentido o estudo da medida, devido às suas aplicações no nosso quotidiano, apresenta-se como um importante tópico no currículo de Matemática (NCTM, 2007), onde as “experiências com medidas constituem uma ligação poderosa entre diferentes temas da matemática (...) e as outras disciplinas” (NCTM, 1991, p. 141).

A medida é um tópico da geometria que “define, em particular, as regras relativas à medida de grandeza” (Palhares, 2004, p. 375). Medir “consiste em comparar duas grandezas da mesma espécie – dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc.” (Caraça, 1998, p. 29). É, por isso, essencial determinar “um escalão único de comparação” (Caraça, 1998, p. 29), isto é, uma unidade de medida, e, em seguida, responder à seguinte questão: Quantas vezes cabe? Deste modo obtém-se um resultado que estabelece uma relação de comparação do que se quer medir com a unidade utilizada (Caraça, 1998). Assim sendo podemos mencionar que para realizar uma medição é necessário:

- seleccionarmos um objecto e um atributo desse objecto que pretendemos medir: um comprimento, uma área, um volume, uma massa ou uma temperatura;
- escolhermos uma unidade apropriada com a qual possamos comparar o atributo seleccionado do objecto;

- determinarmos o número de unidades necessárias para exaurir o atributo (Palhares, 2004, p. 378).

Selecionar a unidade de medida é uma condição básica, pois esta é a base de qualquer medição. Assim sendo, é essencial que os alunos sejam capazes de escolher a unidade de medida mais adequada de acordo com o que se pretende medir. Ao trabalhar a medida em sala de aula pretende-se despertar a “necessidade de os alunos usarem determinadas medidas salientando a importância das unidades padrão e dos sistemas de medida comuns” (NCTM, 1991, p. 138).

Relativamente às estratégias utilizadas para determinar uma medida, “as técnicas de medição, como a contagem, a realização de estimativas e a utilização de fórmulas e instrumentos, são estratégias usadas na determinação de uma medida” (NCTM, 2007, p. 50).

O ato de medir implica necessariamente a utilização de materiais concretos, assim sendo, para que os alunos apreendam o conceito medida, é fundamental que estes possam manusear materiais, de modo a permitir que os mesmos possam fazer medições e comparações físicas (NCTM, 2007).

No que concerne à aquisição das técnicas de medição e à utilização de materiais concretos para medir, segundo os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (2007), os alunos, ao longo do seu percurso escolar, devem adquirir um conhecimento cada vez mais aprofundado relativamente à variedade de técnicas e instrumentos utilizados para medir, a par de um conhecimento das fórmulas, de modo que estes possam medir em diversos contextos.

### **3 - Área e Perímetro**

De acordo com o Programa de Matemática para o 2º Ciclo, o “tópico da Medida, neste ciclo, é dedicado a áreas de figuras planas” (ME, 2013, p. 14). Apesar do “perímetro e a área de uma figura serem duas medidas diferentes” (Ma, 2009, p. 156), muitos alunos confundem estes dois conceitos, uma vez que “os cálculos de ambas as medidas estão relacionados com os lados da figura” (*idem*).

Segundo o dicionário elementar de matemática a área é a

Extensão de uma superfície que é medida em unidades próprias. A medida de uma área é um número real que resulta da comparação dessa área com uma área tomada para unidade. Normalmente a área de uma superfície identifica-se com a medida dessa área (Albuquerque & Carvalho, 1990, p. 19).

E o perímetro corresponde ao “comprimento da linha que define uma figura plana. Por exemplo, o perímetro de um triângulo é a soma dos comprimentos dos seus três lados; o perímetro do círculo é o comprimento da circunferência” (Albuquerque & Carvalho, 1990, p. 95).

Os conceitos de área e perímetro, por se tratarem de conceitos de medida, são conceitos que estão estreitamente relacionados. Esta relação permite que os alunos confundam os mesmos, quando confrontados com uma medição. Para Serrazina e Matos (1996) este problema pode ser solucionado se os conceitos forem trabalhados simultaneamente e se recorrermos a atividades que coloquem ambos os conceitos em confronto. Segundo estes autores esta forma de trabalhar permite colmatar algumas concepções erróneas que os alunos possuem, pois “muitos alunos pensam que se duas figuras têm áreas iguais têm perímetros iguais, e vice-versa. Pensam muitas vezes também que quanto maior é a área maior é o perímetro” (p. 120).

Atualmente o trabalho do professor em sala de aula passa necessariamente por iniciar qualquer conteúdo programático partindo do que os alunos já sabem sobre o mesmo, pois “os alunos trazem novas ideias e asserções para as suas aulas de matemática” (Ma, 2009, p. 156). No caso particular do estudo das áreas e perímetros, no 2º ciclo, este diálogo prévio é recomendado uma vez que estes conceitos já foram lecionados em anos anteriores. De acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (2013), o conceito de área é explorado logo no 1º ano de escolaridade com o estudo de “Figuras equidecomponíveis e figuras equivalentes” (p. 7) e o conceito de perímetro surge no 2º ano de escolaridade com o estudo do “Perímetro de um polígono” (p. 9), sendo que ambos os conceitos surgem ao longo de todo o programa do 1º ciclo. Ou seja, os alunos quando iniciam o 2º ciclo, já devem estar familiarizados com estes conceitos. Os conceitos de área e perímetro, apesar de não constituírem uma novidade para os alunos do 5.º ano, ainda tendem a gerar alguma confusão e consequentemente algumas dificuldades no seu uso.

Apesar de os alunos não apresentarem um desconhecimento dos conceitos, estes não estão amplamente adquiridos, “nomeadamente no que respeita à sua distinção” (Lopes,

2013, p. 264) “e na identificação das unidades de perímetro e de área e, consequentemente, na determinação dos seus valores” (Ventura, 2013, p. 121). Estes problemas surgem, principalmente, porque a área e o perímetro “são introduzidos através de fórmulas. Mais tarde é pedido aos alunos que determinem o «comprimento à volta», ou o «espaço ocupado», e muitos não são capazes de reconhecer aquelas ideias” (Serrazina & Matos, 1996, p. 114). Esta forma de trabalhar os conceitos não favorece a compreensão dos mesmos, mas apenas a memorização de fórmulas. Neste sentido, o trabalho em sala de aula deve incidir antes no desenvolvimento da compreensão dos conceitos e fórmulas, e não apenas na redutora capacidade de memorizar fórmulas (NCTM, 1991). Para tal, segundo Serrazina e Matos (1996), devem ser proporcionadas aos alunos “experiências concretas construídas por eles próprios, até chegarem à compreensão da utilização das fórmulas ” (p. 114).

## **Os materiais na aprendizagem**

### **1 - Materiais manipuláveis**

O recurso a materiais manipuláveis no ensino da matemática é uma realidade cada vez mais presente em contexto de sala de aula. Há muito que se reconhecem os benefícios do uso de materiais manipuláveis, verificando-se “desde há vários anos, em muitas escolas, [o desenvolvimento de] projectos de inovação que incluem a utilização de recursos diversificados (nomeadamente materiais manipuláveis e novas tecnologias)” (Precatado *et al*, 1998, p. 63). Nesta perspetiva, o investimento em materiais nas escolas é uma necessidade cada vez mais real.

O uso de materiais em aulas de matemática, para além de proporcionar uma aprendizagem mais diversificada e consequentemente mais enriquecedora para os alunos, apresenta um papel preponderante no que toca a permitir trabalhar junto dos alunos conceitos abstratos (Botas & Moreira, 2013). Nesta perspetiva e de acordo “com a fase (que Piaget, principalmente, acentuou do raciocínio lógico concreto) é de reconhecer a importância que o uso dos materiais estruturados assume, principalmente para os jovens até aos 12 anos” (Hole, 1980, p. 150).

Reconhecem-se ainda outros benefícios inerentes ao uso destes recursos didáticos tais como a motivação e o interesse. Utilizar materiais faz com que os alunos detenham um maior interesse pelo que estão a aprender, incentivando o seu empenho e participação durante as atividades propostas. É assim possível trabalhar simultaneamente vocabulário adequado à disciplina e desenvolver competências comunicativas. Constatando assim que o uso de materiais permite, quando “proporcionadas aos alunos algumas oportunidades de enfrentar situações problemáticas autênticas e trabalhar nelas de um modo activo e independente” (Abrantes *et al*, 1997, p. 80), que estes assumam uma postura mais ativa e interventiva no seu próprio processo de aprendizagem.

Para além do que já foi anteriormente referido, e segundo Hole (1980), o manuseamento de materiais manipuláveis apresenta duas vantagens para o processo ensino-aprendizagem, uma vez que “são facilmente corrigíveis e invertíveis”. Para o autor, o trabalho com materiais “exige, em geral, um comportamento experimental” que permite trabalhar o erro e o raciocínio móvel, pois “segundo Piaget, o raciocínio não será móvel, se não for, ao mesmo tempo, reversível” (p. 156).

O recorrente uso de materiais permite ainda que os alunos apreendam que os mesmos são um recurso que podem utilizar para solucionar problemas, uma vez que a sua manipulação permite explorar uma série de possibilidades. Apresentar e munir os alunos com o conhecimento de outra forma de resolver problemas é, sem dúvida, uma mais-valia se o nosso objetivo é desenvolver alunos mais proficientes e capacitados matematicamente. Deve-se por isso

proporcionar diversas oportunidades de contato com materiais para despertar interesse e envolver o aluno em situações de aprendizagem matemática, já que os materiais podem constituir um suporte físico através do qual as crianças vão explorar, experimentar, manipular e desenvolver a observação (Botas & Moreira, 2013, p. 254).

Devido aos benefícios já anteriormente supracitados, as Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar (1991), apresenta as seguintes condições quanto aos materiais disponíveis em sala de aula:

- Todas as salas de aula estarão equipadas com conjuntos de materiais manipuláveis (por exemplo, cubos, placas, geoplanos, escalas, compassos, régua, transferidores, papel para traçado de gráficos, papel pontilhado).
- Professores e alunos devem ter acesso a materiais apropriados para desenvolver problemas e ideias para exploração.

- Todos os alunos devem ter acesso a uma calculadora com funções adequadas ao tipo de tarefas sugeridas por este currículo. (...)
- Em cada sala de aula deverá haver pelo menos um computador permanentemente disponível para demonstração e utilização pelos alunos. Deverão existir outros computadores que deverão estar disponíveis para utilização individual, em pequeno grupo ou pela totalidade da turma. (p. 80).

Apesar de todos os benefícios inerentes ao uso de materiais para o ensino da matemática, estes não garantem necessariamente que ao serem manipulados pelos alunos proporcionem aprendizagens. Os materiais, por si só, não possibilitam a construção de conceitos matemáticos. Estas construções “formar-se-ão pela ação interiorizada da criança, pelo significado que dá às suas ações, às formulações que enuncia, às verificações que realiza” (Matos & Serrazina, 1996, p. 197). Assim sendo, cabe ao professor promover um ambiente de aprendizagem que passa necessariamente por disponibilizar materiais (Pereira, 2012) e situações propícias para a utilização dos mesmos.

Existem alguns constrangimentos que pautam o uso destes recursos didáticos em sala de aula, seja por falta de conhecimento, falta de materiais nas escolas e em número insuficiente (Botas & Moreira, 2013), ou porque os materiais se encontram guardados em armários e sujeitos a requisição atempada.

Infelizmente o uso de materiais ainda é visto como uma perda de tempo, onde o facto de existir um programa extenso e exame nacional no final do 2º ciclo do ensino básico faz com que os materiais assumam um papel secundário e quase insignificante no ensino da matemática, sendo, lamentavelmente, esta uma prática recorrente dos professores de matemática.

## **2 - Geoplano**

O ensino da geometria está fortemente relacionado com os materiais manipuláveis, e estes para além de apelarem “a vários sentidos são caracterizados por um envolvimento físico dos alunos numa situação de aprendizagem activa” (Matos & Serrazina, 1996, p. 193), “servem de suporte e enriquecem o crescimento conceptual dos alunos, além de serem particularmente importantes no desenvolvimento da compreensão da geometria e do sentido espacial” (NCTM, 1993, p. 25).

O geoplano é considerado um material manipulável adequado para trabalhar conceitos geométricos, pois “pode auxiliar o trabalho nesta área da matemática, relacionado, por exemplo, com a construção de figuras, itinerários, transformações geométricas e áreas e perímetros” (Coelho *et al*, 2012, p. 2). Não é por acaso que este material é várias vezes referido em documentos orientadores como o Programa de Matemática (ME, 2013) e nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007). Para além disso, o facto de este material envolver um gasto monetário pouco significativo para as instituições escolares, é um material que se encontra facilmente em qualquer escola.

Fisicamente este material caracteriza-se como uma “prancheta com pregos espetados segundo os vértices duma quadrícula geralmente quadrangular, e entre os quais se podem esticar elásticos que, facilmente, mudam de posição” (Hole, 1980, p.156), podendo o mesmo “ser complementado por papel pontado, quadriculado, isométrico e triangular” (Serrazina & Matos, 1996, p. 13). Trata-se portanto de um “espaço geométrico no qual, se pode concretizar diversas situações” (Coelho *et al*, 2012, p. 4).

Por se tratar de um material tão simples de manusear, segundo Hole (1980), o uso deste material em sala de aula apresenta elevados benefícios, permitindo ao aluno deter um papel mais ativo pois

o aluno está, em grande parte, inserido em formas de acção indirecta, o material oferece-lhe a possibilidade de um autocontrolo. (...) Estas formas de acção libertam o professor que, sem elas, estaria muito sobrecarregado e servem – o que é, ainda, mais importante – para a autoafirmação do aluno (...) (p. 157).

Segundo Serrazina e Matos (1996), o geoplano apresenta duas grandes vantagens para o estudo da geometria: a sua mobilidade, “o que faz com que os alunos se habituem a ver figuras em diversas posições” (p. 14); e a sua dinâmica, “ao contrário da folha de papel é um aparelho dinâmico, permitindo «desenhar» e «apagar» facilmente e possibilitando a aferição rápida de conjecturas” (*idem*). De acordo com Coelho *et al* (2012), todas estas vantagens permitem que cada aluno, a seu ritmo, experimente e descubra relações e padrões fundamentais da matemática, sendo por isso essencial incluir o geoplano em tarefas matemáticas, não esquecendo que este pode “promover e facilitar a investigação/exploração matemática e em particular a argumentação em Matemática” (p. 3).



O facto de o geoplano apresentar uma disposição dos pregos segundo uma quadrícula geralmente quadrangular, conduz a que se lhe reconheçam atributos mensuráveis. Como referenciado nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007), os materiais que possuem atributos mensuráveis são essenciais para o estudo da medida, pois o reconhecimento que os objetos possuem atributos mensuráveis constitui o primeiro passo para a compreensão do conceito medida. Sendo, neste sentido, este material muito significativo para o estudo dos conceitos de área e perímetro, permitindo mesmo que se possam encontrar relações entre os mesmos.

Para Coelho *et al* (2012), este material manipulável permite realizar tarefas que desenvolvem competências espaciais e visuais, construir conceitos como área e perímetro e compreender transformações geométricas euclidianas como a reflexão, rotação, translação e simetria. Nesta perspetiva, para estes autores, o geoplano permite:

- Desenvolver o conhecimento visual de formas geométricas planas;
- Favorecer a capacidade de representação (através da cópia das figuras do geoplano para a folha pontuada);
- Diferenciar, construir, identificar figuras geométricas e analisar as suas características e propriedades;
- Construir itinerários;
- Explorar transformações geométricas de figuras;
- Compreender, diferenciar e calcular áreas e perímetros;
- Resolver problemas envolvendo os temas/tópicos supramencionados. (p. 3).

### **3 - Computador**

Atualmente as tecnologias e a educação andam de mãos dadas, pois por um lado tratando-se a educação de um processo indissociável do seu contexto, onde os meios tecnológicos estão cada vez mais presentes, esta deve integrar as mesmas. Por outro lado, se não fosse atribuída alguma importância à tecnologia para a melhoria da qualidade de ensino, esta não estaria tão disseminada. É, por isso, necessário utilizar as tecnologias no processo de ensino-aprendizagem, permitindo assim que esse processo se torne mais significativo para o aluno e consequentemente mais eficaz. Deste modo “alunos, professores e tecnologias interagindo, com o mesmo objetivo, geram um movimento revolucionário de descoberta e aprendizagem” (Kenski, 2007, p. 105). A escola deve por isso “ter uma proposta pedagógica consistente e bem estruturada, onde

as tecnologias possam ser um auxiliar para o aluno, tornando-se uma ferramenta que represente um diferencial, na busca de uma escola de qualidade” (Mercado, 2002, p. 133).

Para além do que já foi anteriormente referido, segundo Baptista (1993), os conteúdos programáticos devem integrar cada vez mais processos tecnológicos, uma vez que

o tratamento pedagógico das matérias deve orientar-se em direcção aos processos tecnológicos gerais, o que é cada vez mais imposto pela forte integração das actividades profissionais. Com efeito, dado que as tarefas rotineiras têm passado para a alçada do computador, as habilitações profissionais concentram-se nas interfaces, exigindo capacidades de interpretar dados, de sugerir inovações simplificadas, etc. (p. 267).

Numa perspetiva de maximizar a aprendizagem, a escola “precisa compreender e incorporar mais as novas formas de linguagem, desvendar os seus códigos, dominar as possibilidades de expressão e as possíveis manipulações” (Moran *et al*, 2000, p. 36).

É atribuído aos alunos um enorme interesse e fascínio para com as tecnologias, é por isso responsabilidade do professor utilizar as mesmas de modo a captar a atenção, o interesse e consequentemente a motivação dos alunos para conteúdos programáticos que se pretendem trabalhar.

Apesar dos benefícios que a tecnologia apresenta para a aprendizagem, “esta não deverá ser vista como redentora da educação, mas sim como um elemento a mais a contribuir na construção de uma escola que pode desenvolver mecanismos que contribuam na superação de suas limitações” (Mercado, 2002, p. 133), portanto esta deve ser utilizada de forma moderada. A tecnologia deve ser utilizada de modo consciente, devendo os alunos deter uma postura defensiva no manuseamento das mesmas, de modo a preservarem a sua intimidade e estarem conscientes de que os perigos inerentes ao uso das tecnologias estão maioritariamente dissimulados. É responsabilidade da escola, dos pais e da sociedade em geral, alertar e conduzir os alunos para uma utilização mais segura, que passa inevitavelmente por um controlo. A maioria das situações que colocam crianças em situações de perigo devem-se à falta de formação e de informação. Estas lacunas possibilitam que surjam algumas situações problemáticas, como por exemplo, de exposição excessiva na Internet, onde nem os professores nem os pais estão sensibilizados para esta problemática, estando os mesmos por vezes, perigosamente, ao mesmo nível que os seus alunos/filhos.

O manuseamento das tecnologias em geral e dos computadores em particular exige a consciência das suas potencialidades, não lhe atribuindo apenas um carácter lúdico, mas antes um importante papel como potencializador de aprendizagens. Estes, para além dos benefícios característicos das tecnologias, apresentam ainda outros benefícios como o favorecimento de um ambiente que proporciona o uso de processos comunicativos e de partilha, de que são exemplo, a “utilização de uma aplicação de geometria dinâmica, que permite que se possam experimentar, observar, conjecturar, refutar, reformular as conjecturas e demonstrar” (Palhares, 2004, p. 251), bem como de acessibilidade à informação. Os computadores atuam assim como promotores de aprendizagens e desenvolvimento de competências.

Para além dos computadores fazerem, cada vez mais, parte da realidade escolar, pois o elevado número de computadores nas escolas faz com que estes condicionem o trabalho pedagógico realizado nas mesmas (ME, 2001), são “inegáveis as potencialidades que o computador introduz, principalmente com recursos multimédia, no processo ensino-aprendizagem” (Pais, 1999, p. 33). Neste seguimento, os professores devem estar preparados para os utilizar, através da aquisição de competências informáticas, bem como estar conscientes dos benefícios que estes podem proporcionar para as suas aulas.

Todavia, o uso do computador em sala de aula requer, por parte do docente, uma consciência dos obstáculos que podem advir para a sua prática pedagógica. Segundo Pais (1999), existem três tipos de obstáculos: obstáculos institucionais, obstáculos organizacionais e obstáculos pedagógicos. Os obstáculos institucionais estão relacionados com os constrangimentos causados pela escassez de “referências ao uso dos computadores” (Pais, 1999, p. 31) no programa de Matemática, reconhecendo-se que “os programas curriculares são um convite para não mudar, para manter um esquema de aula tradicional” (*idem*). Como obstáculos organizacionais, incluem-se “aspectos como o número de alunos por turma, que desmotivam os professores de experimentarem estratégias mais centradas no aluno, e a duração das aulas, que reduzem e limitam o trabalho com o computador” (Pais, 1999, p. 32):

Embora haja neste momento em muitas escolas um número significativo de computadores, eles não estão disponíveis para as aulas de Matemática. Raras são as escolas que têm alguns computadores destinados à utilização na disciplina de Matemática, bem como “softwares” específicos. (Precatado *et al*, 1998, p.66).

E por fim, os obstáculos pedagógicos estão centrados essencialmente em problemáticas que podem surgir aos professores aquando da inclusão dos computadores na sua prática letiva,

o computador obriga ao (re)equacionamento de todo um conjunto de variáveis que afectam de forma decisiva o processo ensino/aprendizagem: a gestão da aula, o problema da disciplina, o papel do professor, podendo ser sintetizadas num problema mais abrangente, a dificuldade em mudar (Pais, 1999, p. 32).

Os maiores benefícios do uso de computadores estão relacionados com as suas características, pois de acordo com Ponte (1986), este objeto reúne características como: dinamismo, interatividade, memória, capacidade de ser programado, capacidade de utilizar simultaneamente diversos sistemas simbólicos. O computador proporciona assim um meio que possibilita a simulação e a modelação (Baptista, 1993). Estas características são importantes para o ensino da geometria, pois possibilitam a realização de explorações, “nomeadamente através de applets – pequenos programas ou aplicações disponíveis na Internet – e permitem a realização de jogos e outras atividades de natureza interativa” (Pereira, 2012, p. 35).

## **CAPÍTULO III**

### **Metodologia**

A metodologia de um projeto de investigação envolve necessariamente um conjunto de opções metodológicas que permitam responder às questões do estudo, de forma a compreender o fenómeno em investigação. Como afirmam Campenhoudt e Quivy (1992),

Uma investigação social não é, pois, uma sucessão de métodos e técnicas estereotipadas que bastaria aplicar tal e qual se apresentam, numa ordem imutável. A escolha, a elaboração e a organização dos processos de trabalho variam com cada investigação específica (p. 19).

Nesta perspetiva, a metodologia deve ser adequada e coerente relativamente aos objetivos delineados para a investigação, ou seja, "a abordagem adoptada e os métodos de recolha de informação seleccionados dependerão da natureza do estudo e do tipo de informações que se pretenda obter" (Bell, 1997, p. 20). Só assim se pode assegurar a validade do processo de investigação, pois "para merecer a qualidade de investigação, um trabalho terá de envolver alguma forma de rigor. Isto é, tem de assumir uma natureza minimamente metódica e sistemática, permitindo, deste modo, a sua possível reprodução" (Ponte, 2002, p. 4).

Este capítulo é composto por três secções: a primeira, destinada a fundamentar as opções metodológicas tomadas, a segunda, onde se identificam os instrumentos e procedimentos de recolha e análise de dados e por fim a terceira secção, apresentará a caracterização do contexto onde foi realizado o estudo.

#### **Opções metodológicas gerais**

Uma vez que a minha investigação se foca no entendimento de um fenómeno educativo e, de acordo com Ponte (2002), um dos objetivos é "procurar compreender a natureza dos problemas que afectam essa mesma prática com vista à definição, num momento posterior, de uma estratégia de acção". (pp. 7 - 8), o formato de investigação pode considerar-se uma investigação sobre a prática, de acordo com a perspetiva deste autor. O mesmo autor afirma ainda que, a "investigação sobre a prática é, por consequência,

um processo fundamental de construção do conhecimento sobre essa mesma prática e, portanto, uma actividade de grande valor para o desenvolvimento profissional dos professores que nela se envolvem activamente” (p. 3).

Esta tipologia de investigação, no meu entender, é adequada para o estudo em causa, pois a mesma decorre de um interesse pelo entendimento de um fenómeno associado à prática do professor, mais precisamente, durante a minha prática profissional, em contexto de sala de aula, como professora estagiária de Matemática de uma turma do 5.º ano do Ensino Básico. Ou seja, trata-se de uma investigação que inclui uma análise das aprendizagens dos alunos, assim como a reflexão sobre as práticas de ensino, com o objetivo de promover a aprendizagem dos alunos, pondo em evidência a noção de professor-investigador. Este conceito, segundo Alarcão (2001)

tem hoje plena actualidade, nomeadamente no nosso país, onde a concepção actual de currículo e de gestão curricular reclamam que o professor seja não um mero executor de currículos previamente definidos ao milímetro, mas um decisor, um gestor em situação real e um intérprete crítico de orientações globais. Exige-se hoje ao professor que seja ele a instituir o currículo, vivificando-o e co-construindo-o com os seus colegas e os seus alunos, no respeito, é certo, pelos princípios e objectivos nacionais e transnacionais. Exige-se, mas ao mesmo tempo, confia-se-lhe essa tarefa, acreditando que tem capacidade de a executar (p. 2).

E como enfatiza Ponte (2002), a prática do professor vai para além de ensinar e planificar aulas, sendo portanto necessário

a exploração constante da prática e a sua permanente avaliação e reformulação. É preciso experimentar formas de trabalho que levem os seus alunos a obter os resultados desejados. Para isso, é indispensável compreender bem os modos de pensar e as dificuldades próprias dos alunos (...) A base natural para essa actuação tanto na sala de aula como na escola, é a atividade investigativa (...) Assim, podemos dizer que a investigação sobre a prática profissional, a par da sua participação no desenvolvimento curricular, constitui um elemento decisivo da identidade profissional dos professores (p. 2).

Concluo assim que o estudo em questão se trata de uma investigação sobre a prática, visto que o objetivo do estudo é compreender melhor um fenómeno educativo em específico, com base na melhoria da minha prática pedagógica.

Dado que conhecer o significado que os alunos atribuíam ao que faziam e diziam foi uma preocupação constante ao longo da investigação, segundo Lessard-Hébert *et al* (2005), a metodologia adotada é de natureza interpretativa.

No contexto do paradigma interpretativo, o objeto de análise é formulado em termos de acção, uma acção que abrange o comportamento físico e ainda os significados que lhe atribuem o actor e aqueles que interagem com ele. O objecto da investigação social interpretativa é a acção e não o comportamento. Face ao objeto acção-significado, o investigador postula uma variabilidade das relações entre as formas de comportamento e os significados que os actores lhes atribuem através das suas interacções sociais (p. 39).

A sua adequação ao contexto e à questão em estudo assenta, de acordo com Erickson citado por Lessard-Hébert *et al* (2005), em

três principais campos de interesse, pertinentes em relação à investigação interpretativa no campo da educação:

1. a natureza da sala de aula como um meio social e culturalmente organizado para a aprendizagem;
2. a natureza do ensino como um, mas somente um, aspecto do meio da aprendizagem;
3. a natureza (e o conteúdo) das «perspectivas-significados» do docente e do discente como componentes intrínsecos do processo educativo (p. 42).

A investigação em estudo está enquadrada numa investigação qualitativa de investigação pois, segundo Bogdan e Biklen (1994), apresenta as seguintes características:

1. Os dados serão recolhidos diretamente da fonte, isto é, do contexto onde decorre a investigação, apresentando o investigador um papel preponderante na recolha dos dados.
2. Uma vez que os dados serão recolhidos através de notas escritas, fotografias e gravações áudio, os dados serão necessariamente de carácter qualitativo.
3. O cerne do estudo não está nos resultados, nem nos produtos dos alunos, mas sim no processo realizado pelos mesmos até ao produto final.
4. A análise dos dados é realizada de forma indutiva.
5. O significado, isto é o sentido que os intervenientes atribuem ao que fizeram, apresenta um papel preponderante na investigação.

Esta abordagem de investigação está centrada na interpretação qualitativa, pois o objetivo é “melhor compreender o comportamento e experiência humanos (...) [isto é] compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmos significados” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 70). Neste sentido, “o termo qualitativo remete aqui quer para o tipo de dados que uma

investigação produz, quer para os modos de actuação ou postulados que lhe estão associados” (Lessard-Hébert *et al*, 2005, p. 10).

A adequação da abordagem qualitativa à investigação prende-se com o facto da mesma se focar na compreensão de um fenómeno educativo, que passa necessariamente por uma recolha de dados no contexto, em que “os dados incluem transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias, vídeos, documentos pessoais, memorandos e outros registos oficiais” (Bogdan & Biklen, 1994, p.48), em contacto direto com o mesmo. Baseando-se, portanto, a investigação na análise de dados recolhidos junto dos principais intervenientes (alunos e professores), apresentando um forte carácter descritivo e interpretativo dos mesmos, onde o significado que os participantes atribuem às suas ações é significativo para o estudo. Visto que, numa abordagem qualitativa, o processo é preferencialmente valorizado, comparativamente com o resultado (Bogdan & Biklen, 1994).

A minha investigação está focada no entendimento específico de um fenómeno, podendo assim identificar que se trata de um estudo na modalidade de estudo de caso, pois “o que melhor identifica e distingue esta abordagem metodológica é o facto de se tratar de um plano de investigação que envolve o estudo intensivo e detalhado de uma entidade bem definida: o «caso»” (Coutinho & Chaves, 2002, p. 223). Apresentando, como seu objetivo,

compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador. É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenómeno de interesse (Ponte, 2006, p. 2).

Nesta perspetiva, o meu estudo enquadra-se num estudo de caso pois pressupõe um conhecimento aprofundado de um caso particular (Stake, 2012) e segundo Coutinho e Chaves (2002), engloba uma das características desta abordagem metodológica: recorre a fontes múltiplas de dados e a métodos de recolha muito diversificados, pois

o estudo de casos caracteriza-se igualmente pelo facto de que reúne informações «tão numerosas e tão pormenorizadas quanto possível com vista a abranger a totalidade da situação. É a razão pela qual ele se socorre de técnicas variadas de



recolha de informação (observação, entrevistas, documentos)» (Lessard-Hébert *et al*, 2005, p. 170).

## **Instrumentos e procedimentos de recolha e análise de dados**

### **1 - Técnicas de recolha de dados**

Para qualquer investigação é necessário refletir sobre as técnicas de recolha de informação que a investigação necessita e que se adequam ao que se pretende saber. É por isso indispensável que se reflita sobre a melhor forma de recolher dados, bem como qual a sua adequação de acordo com o contexto onde incide a investigação.

A recolha de informação torna-se pertinente para qualquer investigação pois será esta a base de sustentação que fundamentará as conclusões relativas ao objeto de estudo. Assim sendo, ao longo do desenvolvimento do meu projeto, optei por recolher dados, utilizando várias técnicas, com a intenção de recolher a informação necessária e suficiente para o estudo do problema colocado.

Segundo Lessard-Hébert *et al* (2005), existem três modos de recolher dados que são: “o inquérito, que pode tomar uma forma oral (entrevista) ou escrita (o questionário); a observação que pode assumir uma forma directa sistemática ou uma forma participante, e a análise documental” (p. 143). Neste sentido, as técnicas escolhidas foram as seguintes: inquérito por questionário, inquérito por entrevista, observação participante e análise documental.

#### **Inquérito por questionário**

Uma das técnicas utilizadas na investigação foi o inquérito por questionário. Esta técnica caracteriza-se como um conjunto de questões escritas que implica uma resposta por escrito (Afonso 2005).

Segundo Bell (1997), esta trata-se de uma boa técnica de recolha, uma vez que permite recolher informações pertinentes para a investigação, quando bem formulado, isto é, se for aceite pelos sujeitos em estudo e se no momento da sua análise não suscitar o

levantamento de novas questões ou problemas. É por isso “necessário que [os participantes] assumam uma atitude cooperativa, isto é, que aceitem responder voluntariamente” (Afonso, 2005, p. 103).

De acordo com o tempo previsto para a implementação do projeto de investigação, a escolha desta técnica apresentou-se como muito eficiente pois permitiu, de uma forma rápida, recolher informação sobre a turma. Os questionários foram aplicados, no início do estudo, a todos os alunos em contexto de sala de aula e, de forma a garantir a recolha dos mesmos, foram preenchidos na minha presença.

### **Inquérito por entrevista**

Uma vez que a investigação incidiu especificamente num pequeno grupo de alunos, foi necessário realizar entrevistas aos mesmos de forma a “recolher dados válidos sobre as crenças, as opiniões e as ideias dos sujeitos observados” (Lessard-Hébert *et al*, 2005, p. 160), isto é, “dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 134).

A entrevista segundo Afonso (2005), é uma das técnicas de recolha de dados frequente na investigação naturalista, e consiste na interação verbal entre o “entrevistador e o respondente”. O mesmo autor ainda classifica as entrevistas em três tipologias: “entrevistas estruturadas, não estruturadas e semiestruturadas, em função das características do dispositivo montado para registar a informação fornecida pelo entrevistado” (p. 97). De acordo com a definição de Afonso (2005), para cada uma das modalidades de entrevista, de forma a obter dados para a investigação, a minha opção recaiu sobre a entrevista semiestruturada. Ao longo do meu estudo foram realizadas duas entrevistas a cinco alunos em dois momentos diferentes, e as mesmas foram “conduzidas a partir de um guião que constitui o instrumento de gestão da entrevista” (Afonso, 2005, p. 99) e registadas em áudio para serem posteriormente transcritas.

## **Observação participante**

Relativamente à observação, e de acordo com a metodologia adotada, segundo Bogdan e Biklen, assumi a postura de um “investigador de campo” (p. 125), visto que “ser-se investigador significa interiorizar-se o objetivo da investigação, à medida que se recolhem os dados no contexto” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 128). Deste modo posso identificar a minha observação como observação participante, pois segundo Lessard-Hébert *et al* (2005),

o investigador pode compreender o mundo social do interior, pois partilha a condição humana dos indivíduos que observa. Ele é um actor social e o seu espírito pode aceder às perspectivas de outros seres humanos, ao viver as «mesmas» situações e os «mesmos problemas» que eles (...) A observação participante é portanto uma técnica de investigação qualitativa adequada ao investigador que deseja compreender um meio social que, à partida, lhe é estranho ou exterior e que lhe vai permitir integrar-se progressivamente nas actividades das pessoas que nele vivem (p. 155).

Uma das vantagens de utilizar a observação como técnica é que esta, para além de apresentar um carácter útil para a investigação, é “fidedigna, na medida em que a informação obtida não se encontra condicionada pelas opiniões e pontos de vista dos sujeitos, como acontece nas entrevistas e nos questionários” (Afonso, 2005, p. 91), para além de que “durante a observação, o investigador do estudo de caso qualitativo mantém um bom registo dos acontecimentos para providenciar uma descrição relativamente incontestável para análise posterior e para o relatório final” (Stake, 2012, p. 78).

Um instrumento recorrentemente utilizado, após as observações, foram as notas de campo, isto é, “o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha, reflectindo sobre os dados” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 150), reconhecendo que quanto mais detalhadas, precisas e extensivas as notas de campo, mais bem-sucedidos serão os resultados da sua análise (Bogdan & Biklen, 1994).

## **Análise documental**

Por fim segue-se a análise documental, que corresponde a uma espécie de “análise de conteúdo que incide sobre documentos relativos a um local ou a uma situação, corresponde, do ponto de vista técnico, a uma observação de artefactos escritos.”

(Lessard-Hébert *et al*, 2005, p. 143). Assim sendo, dados como as transcrições das entrevistas, as notas de campo, o registo de conversas informais, as fichas de trabalho realizadas pelos alunos, entre outros, serão alvo de uma análise.

De acordo com Stake (2012), “recolher dados através do estudo de documentos segue a mesma linha de pensamento que observar e entrevistar” (p.84), isto é, deve ter por base os objetivos da investigação. Neste sentido, as reproduções escritas pelos alunos ao longo do estudo revelaram-se um ótimo instrumento de recolha de dados, uma vez que estes “dados produzidos pelos sujeitos são utilizados como parte dos estudos em que a tónica principal é a observação participante ou a entrevista, embora às vezes possam ser utilizados em exclusivo” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 178).

De acordo com Afonso (2005),

A recolha de dados constitui apenas a fase inicial do trabalho empírico. A efectiva concretização da finalidade da pesquisa (a produção de conhecimento científico) decorre com a organização e o tratamento desses dados, tarefas mais exigentes e complexas que a recolha de informação (p. 111).

## **2 - Plano de recolha de dados**

A recolha de dados decorreu ao longo do meu estágio na Escola Integrada da Boa Água. Esta iniciou-se no dia 23 de fevereiro de 2015, com os primeiros contactos com o professor cooperante e a turma, pois a recolha “tem início antes do compromisso de realizar o estudo: contextualização, familiarização com outros casos, primeiras impressões. Uma parte considerável de dados é recolhida informalmente à medida que o investigador se vai familiarizando com o caso” (Stake, 2012, p. 65), e prolongou-se até o dia 8 de maio do mesmo ano. No entanto, foi durante a minha prática pedagógica em Matemática que foram realizados os principais procedimentos de recolha de informação. Deste modo, a tabela que se segue, apenas menciona, tal como referi anteriormente, as técnicas e os instrumentos de recolha de dados utilizados, bem como o tipo de dados pretendidos que foram recolhidos durante a realização do estudo.

**Tabela 1** -Quadro síntese da recolha de dados realizada

<b>Data</b>	<b>Técnica</b>	<b>Instrumento(s)</b>	<b>Informações a recolher</b>
17 - 04	- Questionário	- Questionário preenchido por todos os alunos	- Relacionamento dos alunos com a matemática e o uso de materiais manipuláveis físicos e tecnológicos em sala de aula.
21 - 04	- Observação participante	- Notas de campo - Ficha de diagnóstico realizada por todos os alunos	- Registo sobre a noção que os alunos têm de perímetro e área.
23 - 04	- Observação participante	- Notas de campo - Gravação áudio de uma atividade com pentaminós	- Registo sobre a noção que os alunos têm de perímetro e área.
24 - 04	- Observação participante	- Notas de campo - Gravação áudio de uma atividade com o geoplano (medida de área não <i>standard</i> ) - Gravação áudio de uma atividade com o geoplano (mesmo perímetro mas áreas diferentes) -Fichas de trabalho realizadas por todos os alunos	- Contribuições do geoplano para a aprendizagem dos conceitos de perímetro e área, nomeadamente quais as características que auxiliam a compreensão e eventuais limitações ou dificuldades do seu uso.
	- Entrevista	- Gravação áudio das entrevistas aos 5 alunos	- Compreender a resolução da ficha diagnóstica - Noção de área e perímetro.
30 - 04	- Observação participante	- Notas de campo - Gravação áudio de uma atividade de exploração de um aplicativo digital sobre perímetro e área do retângulo - Fichas de trabalho realizadas por todos os alunos	- Contribuições do uso de um aplicativo digital para a aprendizagem dos conceitos de perímetro e área no caso do retângulo, nomeadamente quais as características que auxiliam a compreensão e eventuais limitações ou dificuldades do seu uso.
05 - 05	- Observação participante	- Notas de campo - Gravação áudio de uma atividade com o geoplano para determinar a área de um triângulo (método das metades).	- Contribuições do geoplano para a aprendizagem do conceito de área no caso do retângulo e do triângulo, nomeadamente quais as características que auxiliam a compreensão e eventuais limitações ou dificuldades do seu uso.
08 - 05	- Observação participante	- Notas de campo - Gravação áudio de uma atividade de exploração de um aplicativo digital sobre área do triângulo	- Contribuições do uso de um aplicativo digital para a aprendizagem do conceito de área no caso do triângulo, nomeadamente quais as características que auxiliam a compreensão e eventuais limitações ou dificuldades do seu uso.

		- Fichas de trabalho realizadas por todos os alunos	
	- Entrevista	- Gravação áudio das entrevistas aos 5 alunos	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Compreensão das resoluções da ficha de trabalho sobre medida de área não standard sobre a exploração do geoplano.</li> <li>- Compreensão das resoluções do papel pontado sobre figuras com o mesmo perímetro mas áreas diferentes sobre a exploração do geoplano.</li> <li>- Compreensão das resoluções da ficha de trabalho sobre a exploração do aplicativo digital relativo ao perímetro e área do retângulo/quadrado.</li> <li>- Compreensão das resoluções da ficha de trabalho sobre exploração do aplicativo digital relativo ao perímetro e área do triângulo.</li> </ul>

### 3 - Técnica de análise de dados e categorias de análise

A técnica de análise dos dados é definida “pelo modo como é organizado o tratamento dos dados a fim de produzir conhecimento científico” (Afonso, 2005, p. 111). Essa análise da informação “envolve o trabalho com os dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspectos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205). Deste modo, como forma de organizar e explorar devidamente a informação retirada dos dados recolhidos, a mesma foi categorizada. A categorização da informação passou, inicialmente, por uma descrição da informação, seguindo-se a interpretação da mesma, no sentido de encontrar uma coerência fundamentada para a investigação, de acordo com o objetivo do estudo, as questões de investigação e a fundamentação teórica. Neste seguimento, “quando os dados são organizados e apresentados num registo interpretativo, a tónica do tratamento da informação centra-se na construção de significado” (Afonso, 2005, p. 116), e é possível construir um significado associado ao trabalho desenvolvido pelos intervenientes do estudo. A par disso, foi realizada uma análise estatística das respostas recolhidas nos questionários realizados pelos alunos, de modo a retirar dados pertinentes ao estudo (Anexo V).

## **Categorias de análise**

Perante as informações recolhidas, as questões de investigação e o objetivo da mesma foram definidas as seguintes categorias de análise:

1. Compreensão do processo de medição
  - Identificar a medição pretendida (área ou perímetro);
  - Utilizar a medição pretendida (área ou perímetro);
  - Identificar a unidade de medida adequada;
  - Utilizar a unidade de medida adequada.
2. Raciocínio utilizado para medir
  - Uso da contagem;
  - Uso de fórmulas.
3. Uso dos materiais manipuláveis e da tecnologia
  - Identificar propriedades mensuráveis nos materiais e nas aplicações digitais utilizadas;
  - Utilizar os materiais e as aplicações digitais na realização das tarefas propostas.

## **Caracterização do contexto**

### **A escola**

A Escola onde realizei a minha investigação é uma instituição pública localizada na freguesia da Quinta do Conde, concelho de Sesimbra e está inserida no Agrupamento de

Escolas da Boa Água. Este agrupamento foi criado em Julho de 2009 “para dar resposta à necessidade crescente de aumentar a oferta educativa de ensino pré-escolar e básico nesta freguesia” (Projeto Educativo 2011-2015, p. 7).

Este estabelecimento de ensino abrange as valências de 1º Ciclo, 2º Ciclo, 3º Ciclo e Curso de Educação e Formação de Jovens (CEF) com um total de, aproximadamente, 800 alunos distribuídos por 8 turmas do 1º Ciclo, 11 turmas do 2º Ciclo, 16 turmas do 3º Ciclo e 1 turma de CEF.

Caracterizando a comunidade escolar, segundo o Projeto Educativo, o agrupamento abrange uma população escolar constituída, maioritariamente, por alunos de nacionalidade portuguesa (94,6%) e cerca de 31,4% dos alunos beneficia de apoio de Ação Social Escolar. Relativamente aos Encarregados de Educação, 54,8% não apresenta profissão específica, 13% são operários de indústria ou trabalhadores similares, 9% trabalhadores no ramo da prestação de serviços, 7% trabalha em comércio e 13% são técnicos intermédios, superiores, docentes, especialistas de diversas áreas e dirigentes. Genericamente, são Encarregados de Educação interessados e interventivos relativamente aos seus educandos, estando organizados em três Associações de Pais.

Caracterizando os meios físicos que a instituição dispõe é importante referir que a escola possui uma sala com dois armários que contêm vários materiais manipuláveis, disponíveis mediante requisição prévia do professor. Tecnicamente a escola possui, na maioria das salas, internet e *datashow*, no entanto nenhuma sala tem computador. Caso um professor deseje utilizar internet necessita de utilizar o seu computador pessoal. A instituição possui ainda uma sala de informática que pode ser reservada por qualquer professor, apesar de necessitar de marcação prévia.

### **A turma**

A turma é constituída por 26 alunos dos quais 12 são raparigas e 14 são rapazes com idades compreendidas entre os 9 e os 11 anos de idade à data de 31 de dezembro de 2014. A maioria dos alunos frequentou o Pré-Escolar e o 1º Ciclo na mesma instituição o que facilitou a integração dos mesmos no meio escolar. É igualmente importante referir que não existe nenhum aluno de Português Língua Não Materna nem com Necessidades Educativas Especiais.



Como mencionado no Plano Curricular de Turma, existe um aluno repetente (reprovado no 2º ano), sete alunos que frequentam o Apoio Pedagógico Acrescido e onze alunos que beneficiam de Apoio ao Estudo sendo que as disciplinas que apresenta maior défice de resultados é a Matemática e o Português.

A turma apresenta um perfil heterogéneo, com características próprias na qual tem sido desenvolvido principalmente um trabalho ao nível das competências sociais, tais como o cooperativismo, respeito pelo outro, responsabilidade e cumprimento de regras. No entanto, os alunos são participativos, interessados e empenhados e, por isso, foi possível assumir, na generalidade, um método ativo nas aulas.

A turma é maioritariamente masculina e são os rapazes que apresentam uma maior participação nas aulas. Para além disso, é constante a participação por parte dos mesmos alunos quando são colocadas questões à turma.

No que diz respeito ao contexto familiar dos alunos desta turma, segundo o Projeto Curricular de Turma, 73% dos Encarregados de Educação são casados e 27% são separados. De acordo com o Diretor de Turma, estes Encarregados de Educação são muito preocupados e interessados com os seus educandos, refletindo-se nas reuniões de pais, onde a afluência é muito satisfatória. Quanto ao número de irmãos, a moda é de 1 irmão com maior prevalência de irmãos do género masculino.

### **Caracterização e critérios de escolha dos alunos para o estudo de caso**

A escolha dos alunos baseou-se essencialmente nos seguintes critérios: competências orais, isto é, facilidade de se expressar oralmente bem como ser participativo em aula; apresentar disponibilidade para ser entrevistado, pois as entrevistas só podiam ser realizadas à sexta-feira durante a hora de almoço dos alunos, ou seja, o aluno teria que almoçar na escola.

Para além do que já foi referido anteriormente, era pertinente para a investigação escolher alunos que apresentassem raciocínios distintos. Foram assim selecionados dois casos, a que se atribuíram os nomes fictícios de António e Maria.

### **António**

António é um aluno interessado, muito participativo em aula, perspicaz, empenhado e curioso. Apresenta facilidade em aprender e rapidamente compreende o que é pretendido com as atividades que se propõem. É muito atento e questiona sempre que apresenta dúvidas. Durante a realização das tarefas foi bastante persistente, não desistindo até compreender e realizar o que lhe era proposto. Grande adepto do computador, apresenta muita destreza e gosto em explorar o mesmo livremente.

### **Maria**

Maria é uma aluna desinteressada pela disciplina da matemática, o que faz com que disperse e se distraia facilmente. No entanto, quando desafiada é bastante participativa e gosta de expor as suas descobertas. A aluna é bastante comunicativa intervindo de forma clara e pertinente. Gosta muito de partilhar com os colegas as suas resoluções e/ou descobertas e gosta muito de ir ao quadro apresentar o que fez e/ou descobriu. Apresenta bom domínio no uso do computador.

## **CAPITULO IV**

### **Análise de dados**

O capítulo que se segue destina-se à análise dos dados recolhidos, descrevendo e interpretando o trabalho desenvolvido ao longo das tarefas propostas, recorrendo para isso às transcrições das gravações áudio das aulas e das entrevistas, às notas de campo e à análise dos trabalhos dos dois alunos casos.

Neste sentido e de acordo com os pressupostos teóricos apresentados anteriormente a análise será realizada, caso a caso, de forma sequencial, isto é as sete tarefas apresentadas à turma serão analisadas, uma a uma, de forma cronológica tal como foram apresentadas aos alunos.

Como forma de preservar o anonimato dos alunos, ao longo da análise, serão utilizados nomes fictícios nos excertos de aulas.

#### **Caso António**

##### **Tarefa 1 – Ficha de diagnóstico**

Uma vez que a investigação incidia sobre os conceitos de área e perímetro, era essencial compreender as conceções do aluno relativamente a esses conceitos. Neste sentido, surgiu a necessidade de realizar uma ficha de diagnóstico (Anexo I), antes de trabalhar os conceitos com o aluno em aula, de modo a obter os dados pretendidos. Para compreender melhor as resoluções do aluno foi realizada posteriormente uma entrevista.

Durante a análise das resoluções do aluno e a entrevista, foi perceptível que existiam algumas dificuldades relativamente aos conceitos de perímetro e área, nomeadamente o uso incorreto dos termos, pois na primeira questão, apesar do aluno ter realizado corretamente o esboço do terreno do Sr. João, este utilizou incorretamente o termo perímetro, como é possível observar no discurso que se segue:

António – A grelha tem quadrados e cada um tem 5 de perímetro.  
Professora – Cada quadrado tem 5 metros de perímetro?

António – Sim.

Professora – Vamos começar pelo comprimento. Explica lá como chegaste a este comprimento.

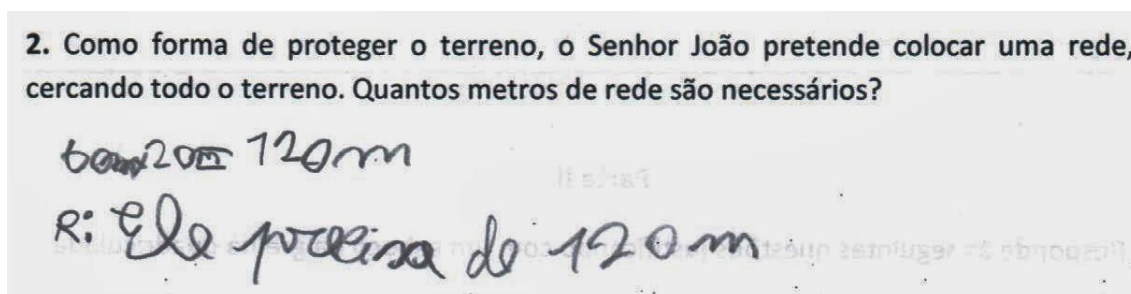
António – Fiz assim: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60. (aponta para o esboço ao mesmo tempo).

Professora – Contaste de 5 em 5. E para a largura.

António – Para 20 (conta no esboço), fiz igual.

No entanto, apesar de utilizar incorretamente o termo perímetro, aquando da explicação do seu raciocínio para o comprimento do terreno o aluno utiliza corretamente apenas o lado do quadrado da grelha, como unidade de medida, para calcular o comprimento e a largura do terreno.

António apresentou também uma confusão relativamente às operações associadas a cada um dos conceitos. Na questão 2 da 1ª parte, onde se perguntava quantos metros de rede eram necessários para cercar o terreno do Sr. João, foi visível que o aluno trocou as operações associadas a cada conceito pois apresentou o seguinte cálculo:



**Figura 1** - Registo escrito do António na questão 2 da 1ª parte da ficha de diagnóstico

Ao questionar o aluno sobre o cálculo que realizou este respondeu:

Professora – Quantos metros de rede são necessários? Como chegaste a este resultado (apontou para a ficha do aluno)?

António – (Fica a olhar para a ficha) Já não me lembro como fiz.

Professora – Observa com atenção os valores que utilizaste...

António – Já sei, 60 vezes 20 dá 120.

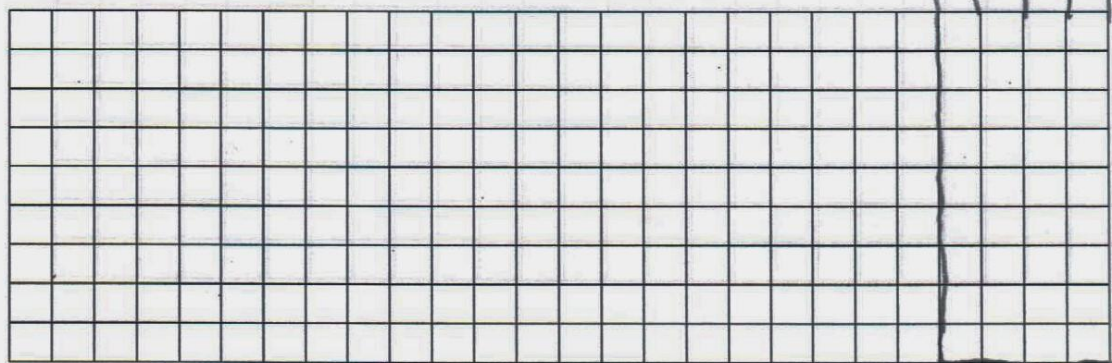
Professora – Por que razão multiplicas 60 por 20?

António – Para encontrar o perímetro da figura.

Apesar de ter realizado uma multiplicação, operação associada à área, o aluno apreende que está a trabalhar o perímetro.

Noutra perspetiva de análise, relativamente às representações do aluno, na questão 3 da 1ª parte, onde se pretendia que os alunos realizassem um esboço de um terreno que apresentasse o mesmo perímetro do terreno do Sr. João, mas com diferentes dimensões, o aluno desenhou o seguinte esboço:

3. O irmão do Senhor João também tem um terreno retangular mas com dimensões diferentes das do terreno do Sr. João. Ele descobriu que pode vedar o seu terreno usando exatamente a mesma quantidade de rede. Que dimensões poderá ter o terreno do irmão do Sr. João. Desenha-o usando a grelha quadriculada.

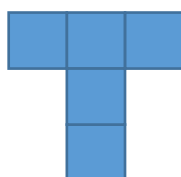


**Figura 2** - Registo escrito do António na questão 3 da ficha de diagnóstico

António desenhóu um terreno idêntico ao do Sr. João. Em entrevista, foi perceptível que para o aluno o facto de a figura aparecer noutra posição é suficiente para esta ser diferente da figura que anteriormente desenhóu (terreno do Sr. João).

## **Tarefa 2 – Atividade com pentaminós**

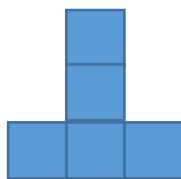
Esta atividade foi desenvolvida em sala de aula e tinha o propósito de iniciar o estudo dos conceitos de área e perímetro. Como forma de exemplificar um pentaminó foi projetada a seguinte figura:



**Figura 3** - Pentaminó apresentado aos alunos

Perante o pentaminó apresentado foi proposto aos alunos que manipulassem cinco quadrados de papel e encontrassem outros pentaminós.

Ao longo da atividade proposta o António demonstrou interesse e motivação perante o desafio proposto, não demonstrando grandes dificuldades em manipular o material, bem como em encontrar pentaminós. Durante a exploração, no quadro, dos pentaminós encontrados pelos alunos, o aluno desenhóu o seguinte:



**Figura 4** - Pentaminó encontrado pelo António

Este pentaminó fez surgir o seguinte diálogo em aula:

Fernando – É igual ao T.

António – Mas está ao contrário.

Fernando – Sim, mas se virares o T ao contrário fica igual.

Professora – É verdade apesar do pentaminó estar numa posição diferente não quer dizer que este é diferente. Repara se virares a tua figura esta fica exatamente igual à figura que apresentei.

António – (apagou o seu pentaminó).

Tal como foi perceptível anteriormente, durante a análise da ficha de diagnóstico, para António o facto de as figuras surgirem numa posição diferente é suficiente para que este assumia que se tratam de figuras diferentes.

Após encontrados todos os pentaminós possíveis de encontrar e se propor aos alunos que identificassem a área das figuras, António facilmente apreendeu que a unidade de medida poderia ser a área do quadrado pequeno e que por isso todas as figuras tinham cinco unidades de áreas, pois eram todas formadas por cinco quadrados, como se verifica no diálogo que se segue:

Professora – As nossas figuras são formadas por quadrados, qual será a área das figuras?

Zé – 5.

Professora – 5 quadrados pois a nossa unidade de medida é o quadrado.

António – E porque são penta...

Professora – Pentaminós. Ou seja são formadas por 5 quadrados.

Relativamente ao perímetro, o aluno não demonstrou quaisquer dificuldades em identificar a unidade de medida correta e a calcular o perímetro dos pentaminós do quadro. No final da aula, António concluiu facilmente que:

Professora – Nem sempre figuras que apresentam a mesma área têm o mesmo...

António – Perímetro.

### **Tarefa 3 – Unidades de medida não standard - tarefa com o geoplano**

Continuando a exploração das unidades de medida, explorada na aula anterior, esta tarefa incidiu essencialmente na análise de diferentes unidades de medida para o cálculo da área, bem como exploração dos diferentes cálculos inerentes à área e ao perímetro.

Durante a atividade foi utilizado o geoplano, para que os alunos desenhassem uma figura à sua escolha, recorrendo à mesma para identificar a área usando diferentes unidades de medida (um quadrado, dois quadrados e metade de um quadrado) e o perímetro da figura. Foi utilizada uma ficha de trabalho para facilitar o registo dos alunos (Anexo II).

No manuseamento do geoplano, o aluno não demonstrou quaisquer dificuldades. No entanto, António apresentou algumas dificuldades em passar a figura do geoplano para o papel pontilhado. Apesar da dificuldade apresentada, em entrevista o aluno referiu que para o cálculo da área, usando diferentes unidades de medidas, a transcrição para o papel foi essencial:

Professora – Para ti foi importante passar a figura do geoplano para o papel?

António – Sim, porque era mais fácil ver a unidade. Mas no quadrado (unidade de medida) não era preciso.

Para António, quando se utiliza a área do quadrado mais pequeno do geoplano como unidade, a disposição dos pregos é favorecedora no que toca à identificação da área, pois basta contar os quadrados que compõem a figura.

No que toca à utilização de diferentes unidades de medida, respetivamente, dois quadrados e metade de um quadrado, este rapidamente entendeu a existência de uma relação de dobro e metade entre os valores da área.

Professora – Repara agora numa coisa, no primeiro caso a área era 10 e a nossa unidade de medida era um quadrado. Então se a nossa unidade de medida, no segundo caso, são dois quadrados a área é?

António – 5, porque é metade.

Professora – Quando a unidade da medida é metade do quadrado. Como fizeste para saber a área?

António – Acho que contei os triângulos. Mas não era necessário, era só fazer vezes dois.

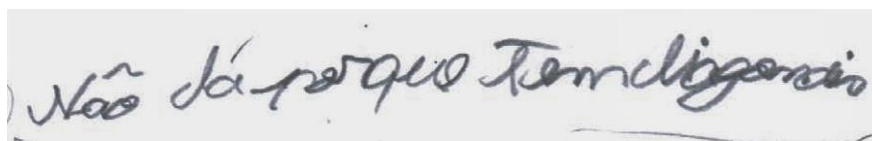
Professora – Porquê?

António – Dois triângulos dá um quadrado, então se com um quadrado dá 10, com os triângulos dá 20.

Professora – Ou seja a área duplica.

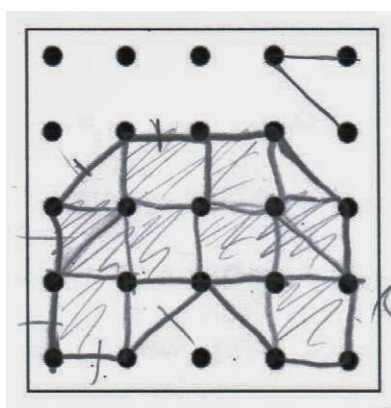
António – Sim.

Relativamente ao cálculo do perímetro o aluno respondeu da seguinte forma na ficha:



**Figura 5** - Registo escrito do António na ficha de trabalho da tarefa *Unidades de medida não standard*

O aluno utilizou corretamente a distância entre dois pregos, como unidade de medida para calcular o perímetro, no entanto percebeu que não conseguia determinar o perímetro com aquela unidade de medida, pois apresentava diagonais.



**Figura 6** - Figura do António na ficha de trabalho da tarefa *Unidades de medida não standard*

Em entrevista o aluno afirmou que para calcular o perímetro “só dá se só tiver o lado do quadrado (quadrado mais pequeno do geoplano)”. Sendo que o cálculo do perímetro foi para António o exercício mais difícil de fazer durante toda a tarefa.

#### **Tarefa 4 – Mesmo perímetro mas áreas diferentes - tarefa com o geoplano**

Esta atividade incidiu na exploração do geoplano, mais precisamente na exploração dos diferentes conceitos em estudo e na relação existente entre os mesmos. Para esta exploração foi sugerida uma investigação, colocando a seguinte questão: Será que figuras com o mesmo perímetro têm sempre a mesma área? Neste sentido foi solicitado aos alunos, que mediante um perímetro fixo, encontrassem figuras com áreas diferentes, e para tal os alunos dispunham do geoplano e de papel pontado.



António, ao executar a tarefa utilizou sempre o geoplano e só posteriormente passava as figuras para o papel pontado. Em diálogo com o aluno este referiu que preferia utilizar o geoplano porque “é uma maneira mais divertida do que estar a desenhar”.

Quanto à disposição dos pregos o aluno teceu os seguintes comentários:

Professora – O facto de o geoplano apresentar esta disposição achas que ajudou?  
António – Mais ou menos. Por causa do perímetro.  
Professora – O perímetro é mais difícil de encontrar, devido ao problema das diagonais?  
António – Sim.

Identificando limitações do geoplano, uma vez que a distância entre quaisquer dois pregos não é sempre igual, logo para o aluno o cálculo do perímetro torna-se difícil de calcular pois nem sempre é possível utilizar a mesma unidade de medida. No entanto, como este estava consciente de qual a unidade de medida a utilizar para calcular o perímetro, não foi difícil para António encontrar figuras com o mesmo perímetro mas diferentes áreas.

Ao questionar o aluno, relativamente à importância de passar as figuras para o papel, este reforçou novamente a ideia de que ter a figura em papel permitia dividir a mesma, com recurso ao lápis, pela unidade de medida utilizada o que simplificava a contagem das unidades de medida, e assim sendo facilitava a realização da tarefa proposta.

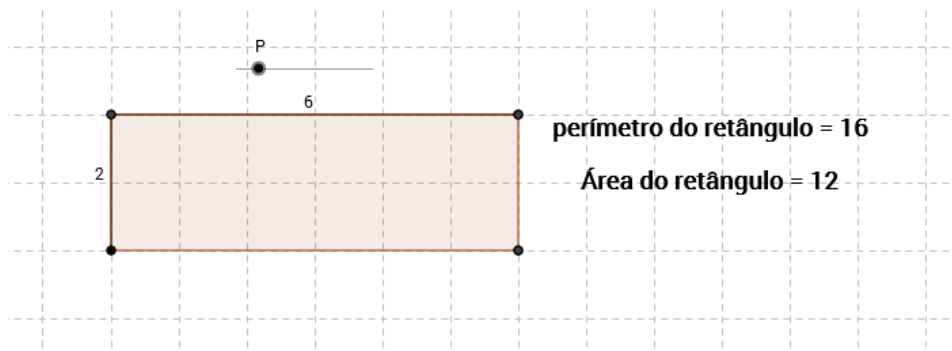
### **Tarefa 5 – Atividade de exploração de um aplicativo digital sobre perímetro e área do retângulo**

Com a exploração do aplicativo digital<sup>1</sup> pretendia-se que os alunos conseguissem explorar relações entre o perímetro e a área do retângulo.

Ao explorar o aplicativo, os alunos podiam formar vários retângulos, movendo o ponto P ao longo de uma linha, com a particularidade que os retângulos apresentavam todos o mesmo valor de perímetro. Para qualquer retângulo que se formava, o aplicativo indicava sempre os valores de comprimento e largura. A partir da legenda, que se encontrava no lado direito do aplicativo, foi possível recolher informações referentes ao perímetro e à área dos retângulos. Todos os dados que o aplicativo fornecia permitiam aos alunos estabelecerem conexões entre os mesmos.

---

<sup>1</sup><https://tube.geogebra.org/material/simple/id/830223>



**Figura 7** - Aplicativo digital sobre perímetro e área do retângulo

Neste sentido, foi sugerido aos alunos uma investigação com o seguinte mote: Investiga o que acontece à medida da área de um retângulo quando se alteram o comprimento e a largura mas não se altera o perímetro.

Durante o trabalho com o aplicativo o aluno inicialmente preferiu explorar o mesmo, verificando quais as possibilidades que este permitia, apreendendo rapidamente que movendo o ponto P, apenas o perímetro se mantinha. Durante toda a tarefa apresentou motivação em realizar a tarefa proposta, não demonstrando dificuldades em manipular o aplicativo perante o que se pedia com o preenchimento da ficha (Anexo III), como se verifica no diálogo que se segue:

Professora – Em que medida achas que o aplicativo digital ajudou a realizar a ficha?

António – Sim, ajudou a encontrar. É a mesma coisa que isto (geoplano) só que aí (aplicativo) temos várias figuras que assim dá para vermos.

Professora – Estas a dizer que é a mesma coisa que o geoplano só que é mais fácil. É isso?

António – Eu acho que é ainda mais fácil. Por causa desta bolinha (aponta para o aplicativo).

Professora – O ponto P.

António – Porque dá para ver mais retângulos pois isto (perímetro) não muda.

Professora – Ou seja, o aplicativo permite encontrar várias figuras com o mesmo perímetro mas áreas diferentes, dando-nos dados importantes para a investigação?

António – Sim, sem calcular.

Professora – Relativamente ao preenchimento da ficha, achas que o aplicativo ajudou?

António – Claro que sim. Já estava lá as medidas.

Para António, o aplicativo foi crucial para realizar a investigação, sendo que o mesmo permitia recolher dados pertinentes de forma rápida.

Durante o preenchimento da tabela da ficha, António, para além de assumir o quadrado como retângulo, identificou sem qualquer dúvida que de todos os retângulos possíveis de encontrar este era o que apresentava maior área.

Para o aluno, a fórmula da área do retângulo não era desconhecida, apreendendo que multiplicando o comprimento e a largura de qualquer retângulo se obtém a área. Todavia, para o aluno, não foi evidente a relação existente entre a fórmula da área do retângulo e a área do quadrado, assumindo o aluno que não compreendeu a terceira questão da ficha “mas depois, quando estávamos a corrigir percebi”.

### **Tarefa 6 – Atividade com o geoplano para determinar a fórmula da área de um triângulo (método das metades)**

Esta atividade consistia em encontrar a fórmula da área do triângulo a partir da fórmula do retângulo, recorrendo ao método das metades. Para tal, foi utilizado o geoplano de forma a permitir que os alunos visualizassem essa relação e estabelecessem uma conexão entre as fórmulas.

Durante a utilização do geoplano, António não demonstrou dificuldades em produzir um retângulo de comprimento 4 e largura 3, bem como identificar a unidade de medida para construir o retângulo pretendido e a unidade de medida para encontrar a área. Sendo que o aluno, no último cálculo, referiu o seguinte em aula:

Professora – Como descobriste a área do retângulo?

António – Comprimento vezes a largura.

Professora – Ou seja é possível saber a área multiplicando o comprimento e a largura. Por que razão comprimento vezes largura?

António – Porque a área é comprimento vezes largura.

Professora – Por que afirmas isso?

António – Porque utilizei a fórmula.

Pude assim verificar que o aluno mobilizou uma aprendizagem realizada em aulas anteriores, isto é, utilizou a fórmula do retângulo e justificou na entrevista que para ele esta é a forma mais rápida de calcular a área.

Relativamente à intencionalidade de os alunos estabelecerem uma relação entre a área do retângulo e a área do triângulo, António identificou momentaneamente uma relação de dobro e metade existente no exemplo apresentado em aula. Aquando da divisão do retângulo, em dois triângulos geometricamente iguais, e posterior cálculo da área dos triângulos, o aluno referiu o seguinte em aula:

Professora – Qual é a área dos triângulos?

António – É metade.

Professora – António, vem ao quadro. E explica porque dizes que é metade.  
 António – Primeiro temos que fazer comprimento vezes largura.  
 Professora – Estas a referir-te à área do retângulo, certo?  
 António – Sim. E depois de saber a área do retângulo dividimos ao meio. Como o retângulo está dividido em duas partes iguais é metade do retângulo.  
 Professora – Ou seja, o que queres dizes é que como dividimos o retângulo em duas partes iguais, cada triângulo tem metade da área do retângulo. É isso?  
 António – Sim.

Para António, era evidente que a área do triângulo era metade da área do retângulo, o que facilitou a construção da fórmula do triângulo, relação esta aprendida pelo aluno como se observa no diálogo que se segue:

António – Então se eu pegar nos dois triângulos e os juntar de outra maneira (queria dizer encostar), tem a mesma área do retângulo (coloquei no quadro os triângulos como o aluno disse).  
 Professora – Meninos o António afirma que esta figura tem a mesma área que o retângulo, ou seja 12. Está certo?  
 Rodrigo – Sim!  
 Professora – Como?  
 António – Porque (a figura) é feita com as duas metades do retângulo.  
 Professora – Ou seja, qualquer figura formada com estes dois triângulos terá sempre área 12.  
 António – Claro!

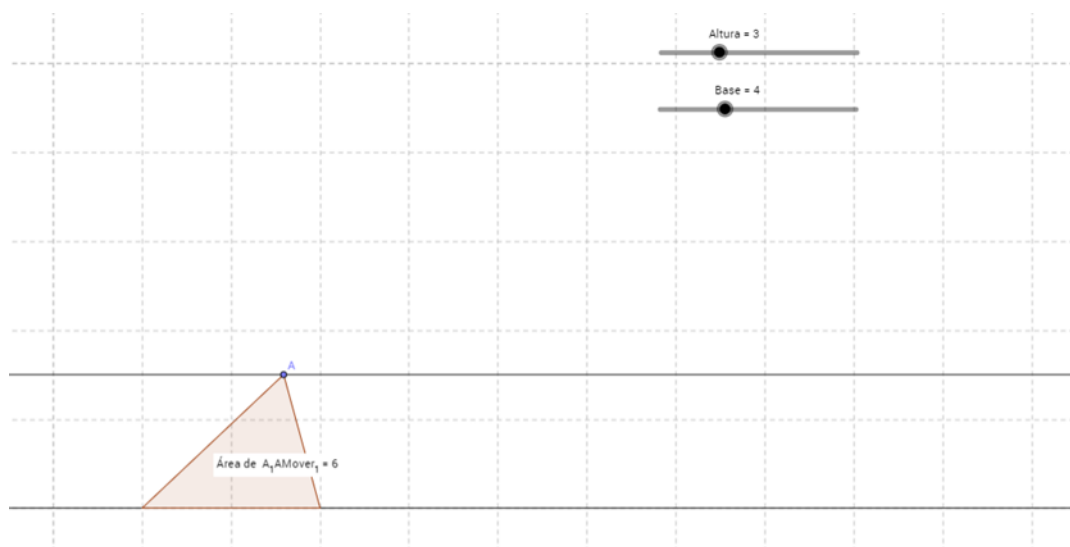
### **Tarefa 7 – Atividade de exploração de um aplicativo digital sobre área do triângulo**

A seguinte tarefa consistia em consolidar a fórmula da área do triângulo a partir da exploração de um aplicativo digital<sup>2</sup> e preenchimento de uma ficha (Anexo IV).

O aplicativo consistia em arrastar o vértice A de um triângulo, sobre uma reta, de modo a permitir aos alunos averiguar o que se passava com a base, com a altura e com a área do mesmo. Este permitia ainda alterar os valores de altura e base, movendo os respetivos pontos no comando que se encontra no canto superior direito do aplicativo.

---

<sup>2</sup><https://tube.geogebra.org/material/simple/id/1366393>



**Figura 8 -** Aplicativo digital sobre área do triângulo

Foi apresentado aos alunos uma questão problema: Será que todos os triângulos que apresentam os mesmos valores de medida de base e altura têm a mesma área?

Durante a exploração do aplicativo, António demonstrou algumas dificuldades em compreender a questão 4 (O que podes concluir relativamente à área do triângulo?), no entanto colocando algumas questões, o aluno realizou o seguinte raciocínio:

Professora – Observa, aqui ao mover (utilizei o aplicativo movendo o vértice superior do triângulo), estou a alterar a altura e a base?

António – Não.

Professora – E a área?

António – Também não. Então quer dizer que quando a altura e a base não se alteram a área também não se altera.

Professora – Exato! Então achas que o aplicativo permite perceber isso?

António – Sim! Eu acho que aqui no geoplano é muito mais difícil ver isso.

Professora – Queres dizer que o elástico do geoplano não permite explorar tantos triângulos...

António – Tínhamos que fazer no papel. Mas ia demorar muito tempo.

Para além de o aluno apreender que todos os triângulos que apresentem os mesmos valores de altura e base apresentam também a mesma área, este compreende ainda que o aplicativo permite identificar essa relação, pois possibilita explorar uma infinidade de triângulos mantendo os valores de altura e base. António referiu ainda que o geoplano é mais limitador, pois não permite explorar tantos triângulos, e que a única forma de explorar a relação, existente entre os valores de altura e base com a área, seria utilizando o papel, mas no entanto identificou que este último é um processo mais moroso.

Quando se propôs ao aluno alterar a altura ou a base para o dobro, este indicou na ficha que a área aumentava, não referindo que a área duplicava, dando a mesma resposta quando se solicitou que duplicassem a altura e a base do triângulo simultaneamente, não referindo que a área quadruplicava. Em nenhum dos casos estabeleceu quaisquer relações entre o duplicar dos valores de altura e/ou base com a área.

### **Síntese**

António, de um modo geral, foi um aluno muito participativo ao longo das tarefas. O seu empenho e motivação foram uma constante durante a investigação. Pelo facto de ser um comunicador nato, foi possível recolher dados sobre os seus raciocínios e consequentemente informações pertinentes para o estudo.

No início do estudo, e de acordo com a sua ficha de diagnóstico, verifiquei que o aluno apresentava alguma confusão entre os conceitos, mais precisamente na definição dos mesmos e na troca das operações associadas a cada uma das medições. Apesar do aluno apresentar estas dificuldades, a identificação das unidades de medida para cada um dos cálculos não era uma dificuldade para António. Apresentou ainda dificuldades ao nível da visualização, pois para o aluno a posição da figura é relevante para a identificação de figuras diferentes.

Na atividade de iniciação ao estudo dos conceitos, voltou a revelar dificuldades ao nível da visualização, identificando como distintos, pentaminós congruentes mas dispostos numa posição diferente. Não apresentou dificuldades em identificar a unidade de medida para calcular tanto a área como o perímetro dos pentaminós. O que permitiu que o aluno apreendesse sem dificuldades uma relação entre os conceitos – figuras com a mesma área nem sempre apresentam o mesmo perímetro.

Durante a tarefa *Unidades de medida não standard*, António não sentiu dificuldades em manipular o geoplano na construção de uma figura. No entanto, a transcrição da figura para o papel pontado tornou-se uma tarefa difícil, apesar de este considerar a mesma essencial para a concretização da tarefa – identificar a área da figura usando diferentes unidades de medida (um quadrado, dois quadrados e metade de um quadrado), bem como o seu perímetro. No que toca ao cálculo do perímetro, identificou que esta

medição não era possível de efetuar, uma vez que a sua figura apresentava diagonais, que não eram comensuráveis com a unidade de medida adotada.

Com a realização da quarta tarefa (*Mesmo perímetro mas áreas diferentes*), António mostrou um enorme interesse em realizar a tarefa, pois esta incidia na manipulação do geoplano, e para ele “desenhar” no geoplano era mais divertido do que no papel pontado. Todavia, reforçou novamente que ter a figura no papel facilitava o cálculo da área e do perímetro. António, referiu ainda que o geoplano apresentava uma característica mensurável que permitia medir a área e o perímetro, identificando que no caso do perímetro esse cálculo pode não ser fácil de realizar, uma vez que é possível construir figuras que apresentem diagonais. No geral, o aluno conseguiu encontrar rapidamente figuras com o mesmo perímetro mas diferentes áreas.

Através da elaboração da tarefa de exploração de um aplicativo digital sobre perímetro e área do retângulo, verifiquei que o aluno apresentava boas competências computacionais, mostrando-se muito interessado e empenhado em realizar a tarefa. Este revelou que o aplicativo foi essencial durante a realização da tarefa, utilizando o mesmo para retirar todos os dados pertinentes para a realização da ficha de trabalho. Durante a construção, em conjunto, da fórmula da área do retângulo o aluno apreendeu sem grandes dificuldades a mesma, no entanto, apesar de ter assumido sem qualquer dúvida que o quadrado se tratava de um retângulo, a passagem da fórmula do retângulo para a fórmula do quadrado não foi tão óbvia.

Na atividade que se seguiu (*Atividade com o geoplano para determinar a fórmula da área de um triângulo*) a passagem da fórmula do retângulo para a fórmula do triângulo, através do método das metades, foi para o aluno uma passagem sem grandes dificuldades, conseguindo identificar relações de dobro e metade entre as fórmulas. Com o manuseamento do geoplano, António demonstrou facilidade em construir figuras mediante indicações, revelando competências em identificar unidades de medida e calcular medições. O aluno revelou ainda a capacidade de mobilizar aprendizagens anteriores, utilizando a fórmula, ao invés da contagem, para calcular a área da figura construída no geoplano.

Na última tarefa, onde se pretendia consolidar a área do triângulo através da exploração de um aplicativo digital, António revelou que compreendeu a relação existente entre os

valores de altura e base e a área, concluindo que todos os triângulos que apresentem os mesmos valores de altura e base apresentam também a mesma área. Contudo, para o aluno, não foi óbvia a relação entre o dobro de um dos valores de altura e da base, com o dobro da área, bem como a relação entre o dobro dos valores de altura e da base, com o quádruplo da área. Curiosamente, o aluno comparou o aplicativo digital com o geoplano, referindo que este último, comparativamente, era mais limitador quando à possibilidade de encontrar mais triângulos com os mesmos valores de altura e base. António referiu ainda que o papel seria uma possibilidade para explorar esta relação, no entanto, seria um processo muito demorado.



## Caso Maria

### Tarefa 1 – Ficha de diagnóstico

Tal como se procedeu no caso anterior, foi realizada uma entrevista que incidiu sobre as resoluções da aluna na ficha de diagnóstico.

Durante a entrevista, Maria apresentou algumas dificuldades no emprego dos conceitos, de que é exemplo o excerto que se segue, relativamente à 1ª questão da 1ª parte da ficha. Neste diálogo questionava a aluna relativamente ao esboço que a mesma fez do terreno do Sr. João, queria saber como esta utilizou a informação contida na ficha, mais precisamente na grelha quadriculada (esta indicava que cada lado dos quadrados que constituíam a mesma correspondiam a 5 metros).

Professora – A grelha indica que 5 metros é o quê?

Maria – O perímetro.

Professora – O perímetro?

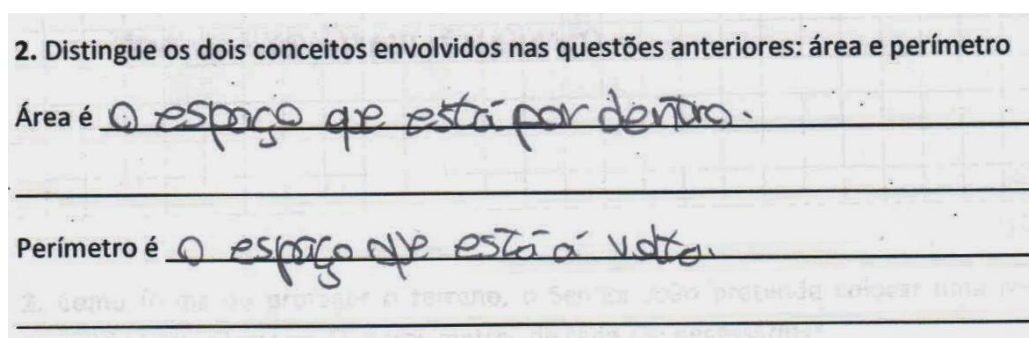
Maria – (Fica a pensar)

Professora – Então isto (risco um dos lados do quadrado da grelha) é o perímetro?

Maria – Sim.

É possível perceber que a aluna sabe que o lado do quadrado é 5 metros e que o mesmo dado é utilizado para medir o perímetro. Isto é, existe alguma confusão em expressar que o lado do quadrado da quadrícula é a unidade de medida para medir o perímetro da figura.

Para a aluna os conceitos de área e perímetro apresentam a seguinte definição:



**Figura 9** - Registo escrito da Mariana questão 2 da 2ª parte da ficha de diagnóstico

Mais tarde, durante a entrevista, questionando a aluna sobre a sua resposta, esta respondeu da seguinte forma:

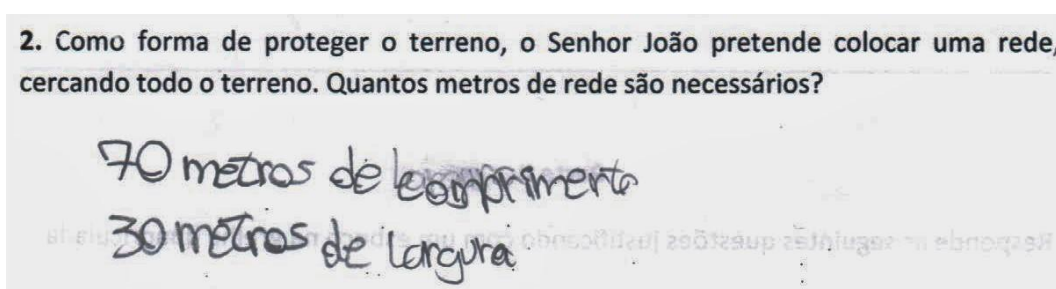
Professora – Quando dizes que a área é o espaço que está por dentro. O que queres dizer?

Maria – É o espaço de dentro.

Professora – Como assim, o espaço de dentro?

Maria – A área é o espaço que está por dentro do perímetro. E o perímetro é o que está por fora da área.

Ainda que a Maria apresente uma definição pouco precisa dos conceitos, é possível verificar, de acordo com o diálogo, que para ela, a área e o perímetro são conceitos distintos. No entanto, verifiquei ainda que estas definições representam um constrangimento prático, como por exemplo erros como este que surgiu na questão 2 da ficha de diagnóstico:

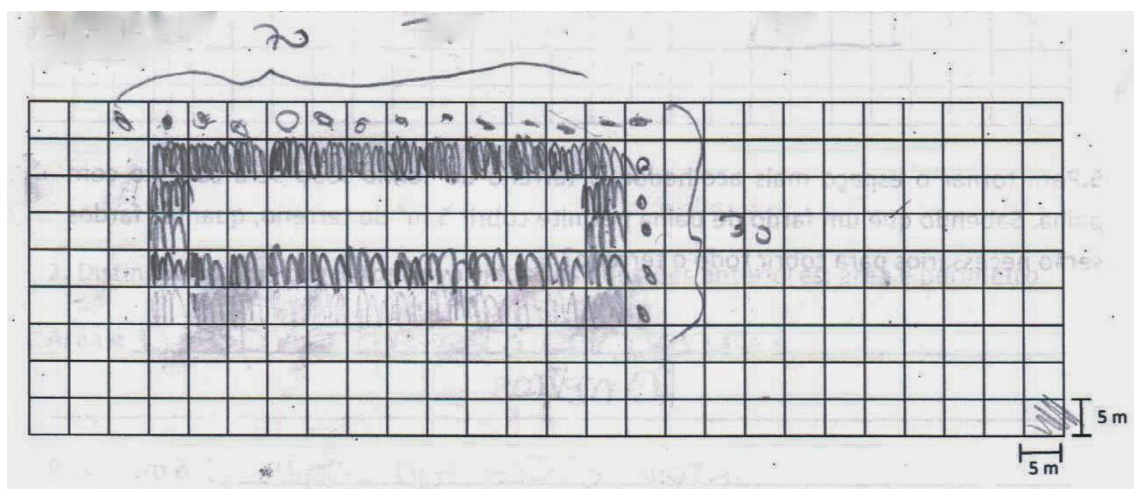


**Figura 10** - Registo escrito da Maria na questão 2 da 1ª parte da ficha de diagnóstico

Em entrevista questionando os valores que a aluna registou, a mesma respondeu o seguinte:

Professora – Como é que encontraste estes valores?

Maria – Pus à volta. (utiliza o esboço da questão anterior para representar o seu raciocínio, contando usando bolas). 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70. E depois 5, 10, 15, 20, 25, 30.



**Figura 11** - Registo escrito da Maria na questão 1 da 1ª parte da ficha de diagnóstico

Professora – Ok! Então contaste à volta do terreno?

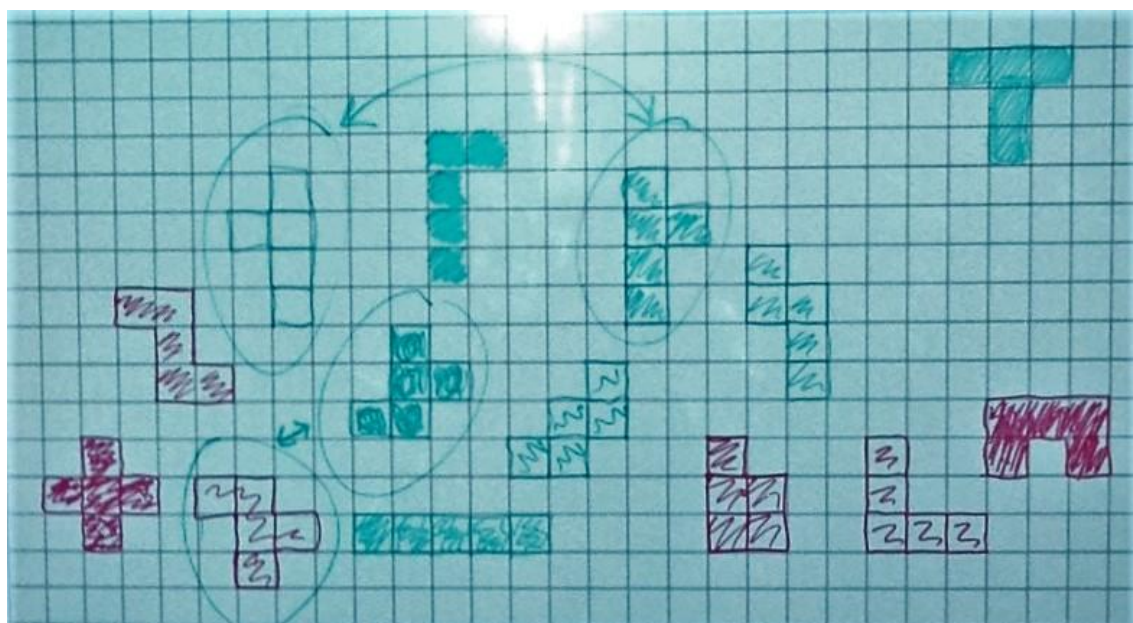
Maria – Sim, porque a rede fica à volta do terreno.

Ainda que a aluna apreenda que a rede, que cerca o terreno do Sr. João, se dispõe à volta do terreno, atribui à mesma uma porção de plano (área), não lhe permitindo calcular corretamente o perímetro. Para além disso, a aluna não concluiu o cálculo pretendido (metros de rede necessários para cercar o terreno do Sr. João), uma vez que o exercício trabalhava implicitamente o perímetro (um comprimento único).

## **Tarefa 2 – Atividade com pentaminós**

Durante a atividade, a aluna esteve bastante empenhada em encontrar os pentaminós, não demonstrando quaisquer dificuldades em manipular os quadrados e fazer o registo no caderno.

Aquando da exploração de todos os pentaminós encontrados e registados no quadro, encontravam-se alguns repetidos que os alunos não identificaram como idênticos. Neste sentido, senti necessidade de chamar a atenção dos alunos para verificarem se existiam casos de pentaminós repetidos. Maria rapidamente os identificou e pediu para ir ao quadro registar, tal como se verifica na imagem que se segue:



**Figura 12** - Registo do quadro durante a *Atividade com pentaminós*

Durante a exploração das áreas e dos perímetros dos pentaminós, a aluna não demonstrou dificuldades na identificação das unidades de medida corretas para cada medição, como se verifica no seguinte diálogo que decorreu em aula:

Professora – Não posso utilizar o lado do quadrado como unidade de medida?

João – Pode.  
Professora – Posso! Como?  
Helena – Para o perímetro.  
Professora – Porquê?  
Maria – Porque é o que está à volta.

Neste excerto, podemos verificar por parte da aluna a adequação da unidade de medida mediante o cálculo que se pretende, nomeadamente o uso da medida do lado dos quadrados que compõem os pentaminós como unidade de medida para calcular o seu perímetro.

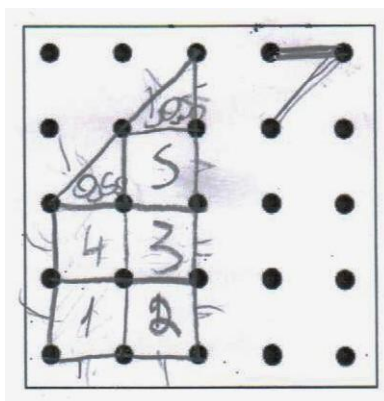
### **Tarefa 3 – Unidades de medida não standard - tarefa com o geoplano**

Com a exploração da tarefa pretendia-se que os alunos apreendessem que a área de uma figura pode diferir consoante a unidade de medida utilizada. Ao mesmo tempo pretendia-se compreender se existia alguma confusão entre as unidades de medida inerentes a cada conceito.

Perante os materiais disponíveis para a aluna utilizar (geoplano e papel pontado), a aluna referiu o seguinte:

Professora – Achas que o geoplano ajudou a encontrar a figura?  
Maria – Acho que não era preciso.  
Professora – Para ti chegava o papel?  
Maria – Sim.

Para Maria, mediante os exercícios propostos (encontrar a área adotando diferentes unidades de medida), a figura no papel facilitava o cálculo da área, pois para ela bastava dividir, no papel, e posteriormente contar as unidades, como é observável no esboço que a aluna realizou na ficha:



**Figura 13** - Figura da Maria na ficha de trabalho da tarefa *Unidades de medida não standard*

Relativamente ao perímetro, a aluna disse o seguinte:

Professora – Como fizeste para encontrar o perímetro?

Maria – contei os traços à volta.

A aluna identifica corretamente a unidade de medida, no entanto não percebe que a distância entre os pregos (unidade de medida que utilizou) não é sempre igual, pois a medida das diagonais dos quadrados pequenos é maior do que a medida dos respetivos lados.

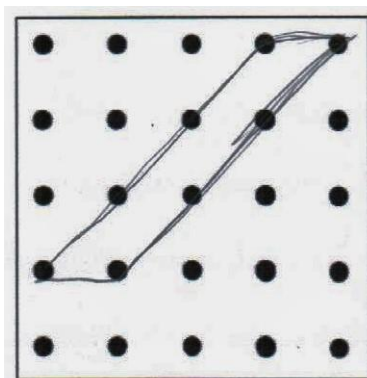
Maria referiu ainda que, de todas as que foram propostas por mim, esta foi aquela que mais gostou de realizar.

#### **Tarefa 4 – Mesmo perímetro mas áreas diferentes - tarefa com o geoplano**

Uma vez que a atividade proposta se baseou na exploração de relações entre os conceitos de área e perímetro, mais precisamente na possibilidade de existirem figuras com o mesmo perímetro mas áreas diferentes, foi solicitado aos alunos uma investigação onde estes teriam que, recorrendo ao geoplano e ao papel pontado, encontrar figuras com essas características.

Durante a atividade, a aluna usou preferencialmente o papel, face ao geoplano, e em entrevista referiu que optou por esta estratégia pois era mais rápido uma vez que teria que passar a figura do geoplano para o papel para encontrar a área. Para Maria, a flexibilidade que se atribui ao geoplano não foi uma propriedade relevante para a realização da atividade.

Relativamente à unidade de medida para o cálculo do perímetro, Maria assumiu que qualquer distância entre dois pregos do geoplano representava uma unidade, não distinguindo entre a diferente medida da distância mais curta entre dois pregos na horizontal ou vertical e distância na diagonal. Neste seguimento, a aluna apresentou como figura com perímetro de 8 unidades a seguinte figura:



**Figura 14** - Figura da Maria no papel pontado

Maria revelou alguma dificuldade em identificar corretamente a unidade de medida para calcular o perímetro, adotando duas unidades distintas para construir uma figura e concluir que obtém oito unidades de perímetro.

Apesar das dificuldades sentidas, pela aluna, esta percebeu sem qualquer dificuldade, que figuras com o mesmo perímetro podem apresentar áreas diferentes.

### **Tarefa 5 – Atividade de exploração de um aplicativo digital sobre perímetro e área do retângulo**

Ao longo da exploração da atividade a aluna demonstrou interesse em solucionar a ficha, manipulando sem quaisquer problemas o aplicativo digital que foi apresentado. Para Maria, o aplicativo foi essencial para solucionar a ficha, como se verifica no seguinte diálogo realizado em entrevista:

Professora – Em que medida achas que o aplicativo digital ajudou a encontrar todas as possibilidades de retângulos?

Maria – Ajudou.

Professora – Como?

Maria – Porque assim não é preciso desenhar é só preciso mover e aqui faz tudo por nós.

Professora – E assim facilmente recolhes dados...

Maria – Sim.



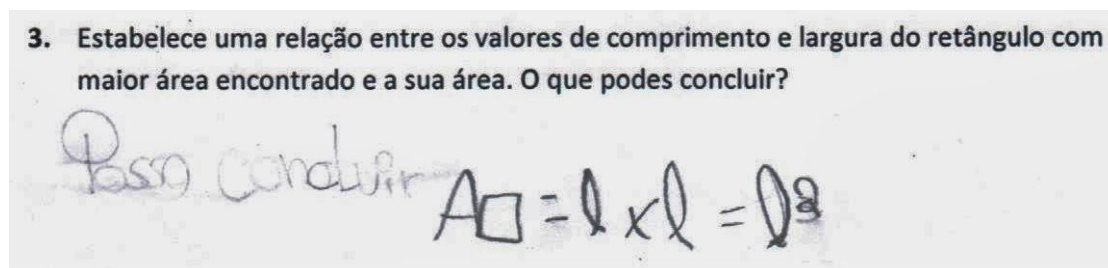
Professora – E para o preenchimento da tabela ajudou?

Maria – Ajudou, senão não conseguíamos fazer.

A aluna indica algumas vantagens do uso do aplicativo, mais precisamente a facilidade inerente à recolha de dados essenciais para a ficha.

Maria identificou sem quaisquer dificuldades a fórmula da área do retângulo, reconhecendo que multiplicando o comprimento e a largura se obtém a área de qualquer retângulo.

Para a aluna, na questão 3 da ficha (*Estabelece uma relação entre os valores de comprimento e largura do retângulo com maior área encontrado e a sua área. O que podes concluir?*) foi difícil perceber o que era pretendido. Ainda assim, a aluna respondeu o seguinte na ficha:



**Figura 15** - Registo escrito da Maria na questão 3 da ficha de trabalho da *Atividade de exploração de um aplicativo digital sobre perímetro e área do retângulo*

Em aula, a aluna conseguiu compreender que existia uma relação entre a fórmula da área do retângulo e a fórmula da área do quadrado. Durante a correção da questão, Maria apreendeu sem grandes dificuldades que o quadrado é um caso particular do retângulo. Como tal, o uso do termo lado, ao invés do comprimento e largura na construção da fórmula, visto que o quadrado possui os mesmos valores de comprimento e largura, não levantou problemas à aluna.

### **Tarefa 6 – Atividade com o geoplano para determinar a fórmula da área de um triângulo (método das metades)**

Durante a atividade, Maria demonstrou algumas dificuldades em construir o retângulo pretendido no geoplano, como se verifica no excerto que se segue da aula:

Professora – Maria, atenção às unidades, é para construir um retângulo com 4 de comprimento e 3 de largura. Repara numa coisa, o teu comprimento é 3 e a largura do teu retângulo é 2.

Maria – Ah!! Pensava que eram os preguinhos.

Maria demonstra alguma confusão relativamente à unidade de medida, confundidos os pregos com a distância entre os pregos, sendo que a unidade de medida é a distância entre os pregos e não os pregos.

No entanto, durante o cálculo da área do retângulo, a aluna identificou corretamente a unidade de medida, como se verifica no diálogo que se segue:

Professora – Qual a unidade de medida utilizada?

Maria – O quadrado.

Professora – O quadrado do quê? Formado por todos os pregos (exemplifica com um geoplano).

Maria – Não!

Professora – Então?

Maria – O quadrado pequeno (formado por quatro pregos).

Professora – Ou seja, o quadrado mais pequeno possível de encontrar no geoplano?

Maria – Sim!

Quando questionada sobre como procedeu para calcular a área, a aluna respondeu o seguinte:

Professora – Quero que me expliques como fizeste para saber que a área do retângulo é 12.

Maria – contei os quadrados.

Professora – Quais quadrados?

Maria – Os que estão por dentro do retângulo.

Maria utilizou assim o quadrado mais pequeno possível de encontrar no geoplano como unidade, contando os quadrados que compunham o retângulo para saber a área.

Relativamente a um dos objetivos da atividade: estabelecer uma conexão entre a fórmula da área do retângulo e a área do triângulo, Maria não demonstrou dificuldade em identificar a relação de metade e dobro entre as fórmulas da área, quando trabalhou com o geoplano. Todavia, quando se começou a construir a fórmula da área do triângulo a partir da fórmula da área do retângulo, a aluna demonstrou algumas dificuldades nas noções de base e altura de triângulos, pois estes eram-lhe desconhecidos.



### **Tarefa 7 – Atividade de exploração de um aplicativo digital sobre área do triângulo**

Durante a atividade, a aluna mostrou-se empenhada em realizar a ficha apresentada, revelando interesse em explorar o aplicativo. Em entrevista, indicou que esta atividade foi, de todas as tarefas apresentadas em aula, a que mais gostou, revelado nas palavras do seu discurso:

Professora – Relembrando as tarefas que estivemos a rever, qual foi a que gostaste mais?

Maria – A do triângulo, nos computadores.

Professora – Porquê?

Maria – Porque gosto de mexer no computador. Acho que aprendo mais e mais rápido.

Maria manifestou que o aplicativo era fácil de utilizar e permitia recolher dados pertinentes para o preenchimento da ficha. Apesar de a aluna referir que o aplicativo permitia retirar dados importantes, na questão quatro da ficha, Maria respondeu apenas o seguinte:

4. O que podes concluir relativamente à área do triângulo?

Posso concluir que a área só muda quando mexemos na altura.

**Figura 16** - Registo escrito da Maria na questão 4 da ficha de trabalho da *Atividade de exploração de um aplicativo digital sobre área do triângulo*

Ela apreendeu apenas que a área só se altera quando se altera o valor da altura, não referindo os valores de base.

Durante a exploração da relação entre o dobro de altura ou de base a aluna apenas indicou, na ficha, que esses valores duplicavam, não fazendo qualquer conexão com os valores da área.

Quando foi pedido à aluna que indicasse o que ocorria à área se o triângulo tivesse simultaneamente o dobro da altura e da base a aluna respondeu o seguinte:

Então fica com o dobro de tudo.

**Figura 17** - Registo escrito da Maria na questão 7 da ficha de trabalho da *Atividade de exploração de um aplicativo digital sobre área do triângulo*

A aluna não responde à questão, uma vez que apenas indica o que ocorre aos valores, não estabelecendo qualquer relação entre esses valores e a área.

### **Síntese**

Genericamente, Maria foi uma aluna que participou moderadamente ao longo das tarefas. A aluna apresentava algumas dúvidas e dificuldades, mas participava assiduamente nas discussões como forma de colmatar as mesmas, o que permitiu perceber o que a aluna sabia ou não, assumindo assim uma postura favorável para a recolha de dados para o estudo.

A partir da ficha de diagnóstico, que se realizou na fase inicial do estudo, foi possível verificar que Maria apresentava dificuldades no emprego dos conceitos de área e perímetro, associando o conceito à unidade de medida inerente ao mesmo. Quanto à definição dos conceitos, tinha um entendimento pouco preciso dos mesmos, o que levou ao aparecimento de erros relacionados com os cálculos associados a cada conceito, surgindo assim confusões.

Durante a atividade com pentaminós, iniciação ao estudo dos conceitos em estudo, a aluna não revelou dificuldades ao nível da visualização, identificando pentaminós que se encontravam repetidos no quadro. Apresentou ainda alguma facilidade em identificar a unidade de medida para calcular tanto a área como o perímetro dos pentaminós, conseguindo adequar a unidade de medida mediante o cálculo pretendido.

Com a terceira tarefa (*Unidades de medida não standard*), foi possível verificar que a aluna, perante o material disponível para realizar a tarefa, sentiu a necessidade de referir que o geoplano apresentava na tarefa um papel secundário, contrariamente ao papel pontado que se tornou crucial para a concretização da tarefa, uma vez que utilizou a figura desenhada para dividir a mesma, mediante as diferentes unidades de medida utilizadas. Relativamente ao cálculo do perímetro, identificou corretamente a unidade de medida, assumindo erradamente que as diagonais dos quadrados mais pequenos do geoplano apresentavam o mesmo comprimento que os lados desses quadrados.

A tarefa *Mesmo perímetro mas áreas diferentes* permitiu reforçar a preferência da aluna em utilizar o papel pontado ao geoplano, optando a aluna por esta estratégia pois

considerava que seria mais rápido e eficiente utilizar apenas o papel pontado. Maria voltou a assumir, para o cálculo do perímetro, que qualquer distância entre dois pregos do geoplano representava uma unidade. Ainda assim, conseguiu chegar ao objetivo da tarefa – apreender que existem figuras que apresentam o mesmo perímetro mas diferentes áreas.

Durante a atividade que se seguiu (exploração de um aplicativo digital sobre perímetro e área do retângulo), verifiquei que a aluna não sentiu dificuldades em manipular o aplicativo, revelando mesmo que este foi fundamental para realizar a tarefa, mais precisamente na recolha de dados para o preenchimento da ficha de trabalho. Conseguiu identificar a fórmula da área do retângulo sem grandes dificuldades, sendo que a passagem desta para a fórmula da área do quadrado foi evidente e facilmente apreendida pela mesma.

Através da elaboração da tarefa *Atividade com o geoplano para determinar a fórmula da área de um triângulo*, concluí que a construção do retângulo com quatro unidades de comprimento e três unidades de largura, não foi fácil para a aluna, confundindo a distância entre os pregos e o número de pregos do geoplano. No entanto, para o cálculo da área a aluna identificou corretamente a unidade de medida e calculou a mesma utilizando a contagem. Enquanto utilizou o geoplano estabeleceu sem grandes problemas uma relação entre a área do retângulo e a área do triângulo, mas durante a construção da fórmula do triângulo, em conjunto no quadro, essa relação não foi tão evidente devido ao desconhecimento das noções de altura e base.

Na sétima e última tarefa, pretendia-se consolidar a área do triângulo através da exploração de um aplicativo digital. A Maria revelou uma postura participativa durante o manuseamento do aplicativo, referindo que o computador permite que se aprenda mais coisas de forma mais rápida, pois para ela o aplicativo permitia recolher dados importantes de forma rápida. Apesar desta postura perante o aplicativo, esta não utilizou toda a informação disponível no mesmo para o preenchimento da ficha de trabalho, não realizando as conexões pretendidas com a exploração da tarefa.

## Síntese Global

Confrontando os dois casos do estudo é possível destacar algumas considerações relevantes. Para tal, utilizarei as categorias de análise, determinadas no capítulo da metodologia, de modo a identificar as principais analogias e diferenças entre os dois casos estudados.

Relativamente ao entendimento dos processos de medição, inerentes a cada um dos conceitos em estudo, ambos os casos apresentam algumas dificuldades, principalmente na definição dos conceitos. No entanto, a Maria apresenta maiores dificuldades, ao longo das tarefas propostas, nomeadamente no uso da nomenclatura correta, associando o conceito inerente à medição que está a ser trabalhada à unidade de medida utilizada. No uso correto das duas medições estudadas, apesar de ambos os casos apresentarem uma definição pouco precisa dos conceitos, foi perceptível, no caso Maria, as limitações práticas que a falta de uma definição bem consolidada e apreendida podem representar para o desempenho dos alunos. A identificação da unidade de medida adequada a cada medição, não foi para os dois alunos um exercício complicado. Apesar disso, António demonstrou ser mais perspicaz no uso das mesmas, apresentando uma postura mais crítica no que toca, por exemplo, ao uso de qualquer distância entre pregos do geoplano como unidade de medida para o cálculo do perímetro. O aluno demonstrou reconhecer que quando estamos a medir um mesmo perímetro, apenas podemos usar uma única unidade de medida, condição esta fundamental no processo de qualquer medição.

Relativamente ao raciocínio utilizado pelos alunos, ao longo da investigação, é importante referir que os dois casos utilizaram inicialmente a estratégia mais óbvia para uma fase inicial do trabalho com estes conceitos – a contagem. Todavia, António assumiu uma postura mais flexível no que toca ao uso de diferentes estratégias, optando por introduzir ao longo da exploração das tarefas as fórmulas das áreas. António demonstrou possuir um processo mais evoluído que a Maria, pois esta utilizou recorrentemente a contagem não demonstrando capacidade de mobilizar aprendizagens.

Relativamente ao uso do geoplano e dos aplicativos digitais, resultaram evidências como: o uso da contagem e a identificação correta da unidade de medida para a área e perímetro em ambos os casos, permite-me afirmar que o uso das propriedades mensuráveis dos materiais foi verificável. Ainda assim, Maria sentiu algumas

dificuldades no uso do geoplano, uma vez que a aluna utilizou erradamente o número de pregos, e não a distância entre os pregos, como unidade de medida. O uso do geoplano e dos aplicativos digitais durante a realização das tarefas foram facilmente utilizados e introduzidos em sala de aula. Apesar dos alunos referirem que os aplicativos digitais eram fundamentais para a realização das tarefas, Maria não foi capaz de utilizar todos os dados disponíveis nos mesmos, ao longo da realização das fichas de trabalho. No que toca ao uso do geoplano, apenas Maria se mostrou relutante quanto ao uso do mesmo na resolução de tarefas, sentindo que o seu uso era preferencialmente substituído pelo uso do papel pontado. Também António reforçou a importância do papel pontado na realização das tarefas, no entanto, isso não impediu que o mesmo explorasse o material, realizando um trabalho complementar entre o geoplano e o papel pontado.

## **CAPÍTULO V**

### **Considerações globais**

Este capítulo está destinado às minhas considerações finais relativas ao estudo que conduzi. Neste sentido, apresentarei inicialmente uma síntese do estudo, de seguida irei expor as principais conclusões relativas à investigação, de modo a responder às questões delineadas inicialmente, e posteriormente apresentarei as limitações identificadas e algumas recomendações. Para finalizar, realizarei uma pequena reflexão onde irei abordar as aprendizagens mais relevantes do meu estudo.

#### **Síntese do estudo**

Este trabalho surge no âmbito do ensino da matemática, mais concretamente no tema da Geometria e Medida, e apresenta o seguinte título: “Os conceitos de área e de perímetro: contribuições do uso do geoplano e da tecnologia dinâmica”. Apresenta como objetivo principal, compreender os contributos do geoplano e da tecnologia dinâmica na aprendizagem dos conceitos de área e perímetro em alunos do 5º ano de escolaridade, identificando características que favoreçam a aprendizagem, bem como possíveis limitações e dificuldades no seu uso, em contexto sala de aula. Em particular, quer-se perceber que representações apresentam os alunos dos conceitos de área e perímetro, quais os contributos do geoplano para a resolução de tarefas, envolvendo os conceitos de área e perímetro de figuras planas, e quais os contributos das aplicações digitais de geometria dinâmica na visualização dos conceitos de área e de perímetro de figuras planas.

Dada a natureza do estudo, esta investigação enquadra-se numa investigação sobre a prática, caracterizando-se como um estudo de natureza qualitativa, assente num paradigma interpretativo. O formato de investigação selecionado foi a modalidade de estudo de caso e optou-se por selecionar dois casos.

A recolha dos dados empíricos decorreu através da observação participante, do inquérito por questionário, do inquérito através de entrevista e da análise documental. Através desta diversidade de técnicas de recolha de dados foi possível recolher dados que se complementassem entre si, tornando assim a informação a mais fidedigna e precisa possível.

Para a análise dos dados, como forma de obter respostas às questões de investigação e melhor compreender o problema em estudo, cruzaram-se todos os dados obtidos através dos diferentes processos de recolha de dados. Deste modo foram criadas categorias de análise, tendo em conta o objetivo e as questões formuladas. Assim, a análise dos dados foi estruturada com base em três categorias: (1) compreensão do processo de medição; (2) raciocínio utilizado para medir; (3) uso dos materiais manipuláveis e da tecnologia.

A realização do estudo decorreu durante a minha intervenção pedagógica na disciplina de matemática, no 5º ano de escolaridade do ensino básico e teve a duração de cinco semanas. Foi proposto aos alunos um conjunto de tarefas envolvendo a manipulação do geoplano e de aplicações digitais de geometria dinâmica, para a aprendizagem dos conceitos de perímetro e área de figuras planas.

## **Conclusões do estudo**

Nesta secção do relatório apresento as conclusões do estudo que visam responder às questões inicialmente formuladas. Para tal, recorri às contribuições de cada um dos casos, recolhidos através da observação, das entrevistas e da análise documental, bem como a alguns dados recolhidos através da análise estatística dos inquéritos por questionário (Anexo V).

### **a) Que representações têm os alunos dos conceitos de área e perímetro?**

Como já foi referido, no quadro teórico de referência, os conceitos de área e perímetro não são totalmente desconhecidos para alunos do 5º ano de escolaridade. No entanto, como afirmam Serrazina e Matos (1996), estes não estão totalmente consolidados e adquiridos pelos mesmos. Esta limitação fez surgir algumas dificuldades e erros durante a realização das tarefas propostas.

Após a análise dos estudos de caso, foi possível averiguar que os maiores erros que surgiram estão relacionados com o uso incorreto dos termos e confusão entre as operações associadas a cada medição, emergindo alguma confusão entre o uso da adição das medidas ou a sua multiplicação. Ainda assim, é na definição dos conceitos onde se centra o maior problema. Os

alunos apresentam definições pouco precisas relativamente aos conceitos, fazendo surgir, principalmente em situações de aplicação, erros e incorreções. Pode-se concluir assim que, a falta de uma definição precisa limita a interpretação dos enunciados e consequentemente a correta execução das medições.

Quer o António, quer a Maria, mostraram, durante as atividades, possuir um bom entendimento empírico relativamente aos conceitos, conseguindo identificar e aplicar sem grandes dificuldades o tipo de medição e a unidade de medida correta de acordo com o que era proposto. Ambos reconhecem que área e perímetro são conceitos distintos, sendo estes capazes de referir que correspondem a medições diferentes. Este conhecimento quase intuitivo dos conceitos, de acordo com Caraça (1998), deve-se ao facto de medir ser uma operação transversal a qualquer situação quotidiana e necessária a qualquer criança, seja na escola ou fora dela (NCTM, 1991). Esta consciencialização da matemática, como importante e relevante para a nossa vida quotidiana, não é indiferente aos alunos, pois no questionário colocado à turma, cerca de 80% dos alunos concordou totalmente com as seguintes afirmações: *A matemática está presente no nosso dia-a-dia* e *A Matemática ajuda a solucionar problemas do nosso dia-a-dia*.

Durante uma medição, são várias as estratégias que os alunos podem utilizar (NCTM, 2007) e, neste caso, a estratégia mais utilizada pelos dois alunos foi a contagem, provavelmente por esta ser mais intuitiva. Todavia, durante o uso das suas estratégias, António foi introduzindo as fórmulas das áreas à medida que estas foram sendo trabalhadas. De acordo com NCTM (2007), o aluno demonstrou que, ao longo do estudo, foi adquirindo um maior conhecimento das estratégias existentes para medir. Concluindo assim, e em conformidade com o que está referenciado no capítulo da revisão da literatura, que o uso de tarefas que proporcionem o trabalho simultâneo dos conceitos, bem como a determinação de áreas de figuras regulares e irregulares recorrendo inicialmente à contagem para posteriormente surgir a dedução das fórmulas, em vez da sua mera memorização, permitiram que António e Maria distinguíssem mais facilmente os conceitos, favorecendo consequentemente a aquisição dos mesmos.

#### **b) Quais os contributos dos materiais manipuláveis para a resolução de tarefas, envolvendo os conceitos de área e de perímetro de figuras planas?**

São vários os benefícios associados aos materiais manipuláveis em geral, e ao geoplano em particular, para o ensino da Geometria e Medida. Um dos maiores contributos do uso do



geoplano junto dos alunos, durante a implementação do estudo, foi a motivação e o interesse pelas atividades apresentadas. De acordo com o contexto em questão, o geoplano não era um material utilizado recorrentemente em sala de aula, o que permitiu criar um ambiente mais dinâmico e interventivo por parte dos alunos. Um indicador deste interesse dos alunos por este material foi a resposta positivamente unânime, por parte de toda a turma, quando questionados se gostavam de utilizar o geoplano nas aulas de matemática no questionário. Reconheço assim, tal como Abrantes *et al* (1997), que um dos contributos do uso deste material, em sala de aula, se reflete numa maior participação dos alunos durante a realização de tarefas, confirmando que este material proporciona uma aprendizagem ativa dos alunos, como afirmam Matos e Serrazina (1996). Atualmente existe uma forte corrente que valoriza e instiga a participação ativa dos alunos no seu próprio processo de ensino-aprendizagem, isto é, todo o ensino deve envolver momentos de exploração, de modo a promover uma aprendizagem autónoma por parte de qualquer aluno. Em geometria, essa exploração autónoma está necessariamente associada a materiais manipuláveis. A manipulação de materiais, como o geoplano, possibilita aos alunos passarem por experiências que favorecem a compreensão de atributos mensuráveis. Para além de permitirem um maior envolvimento dos alunos, os materiais apresentam a vantagem de suscitarem o interesse dos mesmos, ou seja, os materiais permitem tornar a matemática mais divertida e interessante.

Para ambos os casos, a característica física mais relevante do geoplano foi o seu carácter mensurável. Para os alunos, a distribuição dos pregos de acordo com uma quadrícula facilitou ambas as medições estudadas, revelando-se o geoplano essencial no confronto dos conceitos e consequente aquisição dos mesmos, compreendendo assim por que razão considera Coelho *et al* (2012) o geoplano como um material particularmente indicado para trabalhar áreas e perímetros. Não é por acaso que o NCTM (1993) considera os materiais manipuláveis como essenciais na compreensão de conceitos geométricos e o NCTM (2007) indica o geoplano como fundamental para o estudo da medida.

O uso do geoplano durante as atividades propostas permitiu, devido ao carácter exploratório, associado ao uso de materiais manipuláveis (Hole, 1980), envolver os alunos no trabalho realizado, munindo os mesmos com o conhecimento da existência de um material que podem utilizar, como afirmam Bota e Moreira (2013), para “explorar, experimentar, manipular e desenvolver a observação” (p. 254). Ainda assim, apenas 50% da turma considera o geoplano um material indispensável para se aprender matemática e somente cerca de 38% concorda

totalmente com a afirmação *Manipular e explorar materiais permite aprender melhor matemática*.

Apesar de alguns autores identificarem como significativo, para o estudo da geometria, o carácter dinâmico do geoplano (Serrazina & Matos, 1996), comparativamente ao papel, a mesma característica não foi suficientemente relevante durante a realização das tarefas com estes alunos. Ambos os casos identificaram o papel pontado, e não o geoplano, como crucial para a resolução das atividades propostas, ao ponto de a Maria considerar que o geoplano era substituível pelo papel pontado. Deste modo, é possível concluir que o recurso a materiais pouco presentes em aulas de matemática faz surgir alguma resiliência durante a sua utilização. Esta preferência pelo papel pontado e lápis em detrimento do geoplano é observável nos resultados à questão 7 do questionário, uma vez que 73% dos alunos consideram o papel e lápis/caneta um material indispensável para aprender matemática, comparativamente aos 50 % que identificaram o geoplano.

### **c) Quais os contributos das aplicações digitais de geometria dinâmica na visualização dos conceitos de área e de perímetro de figuras planas?**

O uso da tecnologia em sala de aula é uma realidade bem atual, sendo indispensável que se reconheça o seu papel na prática pedagógica de qualquer professor. Promover, junto dos alunos, atividades que permitam a manipulação de aplicativos digitais de geometria dinâmica, para além dos benefícios relacionados com a proximidade e representatividade que a tecnologia assume junto das crianças, pode facilitar o desenvolvimento de aprendizagens significativas para a matemática.

Ao utilizar aplicativos digitais de geometria dinâmica, como recursos didáticos, pode experienciar que estes são um recurso plausível de ser utilizado em contexto sala de aula, bem como, de fácil uso por parte dos alunos. Como já foi anteriormente referido, no capítulo da revisão da literatura, a tecnologia por ser próxima aos alunos, uma vez que é parte da sua realidade, possibilita que a mesma seja implementada em sala de aula, sem grandes dificuldades de uso por parte dos alunos. Esta proximidade aos alunos funciona como um elemento que favorece o interesse pela matemática, pois permite aos mesmos apreender que a matemática não está tão distante da sua realidade, o que faz com que atribuam à disciplina um maior significado, tornando assim a sua postura mais favorável à aprendizagem. Este interesse inato dos alunos pela tecnologia, aliado às incontestáveis competências

computacionais que estes possuem, mesmo antes de entrarem para a escola, torna imperativo que a tecnologia se integre nos programas, como defende Baptista (1993). Realidade esta sentida no contexto, pois através do inquérito por questionário, verifiquei que quase 70% dos alunos gosta de utilizar o computador para aprender e estudar e 50% concorda totalmente com a afirmação *Posso usar o computador para aprender matemática*. Contudo, apenas 35% dos alunos considera o computador como indispensável para aprender matemática. Concluindo assim que apesar do reconhecimento que o computador assume na aprendizagem da matemática, para os alunos, o mesmo ainda não apresenta um papel preponderante para o processo ensino-aprendizagem.

Relativamente à aprendizagem concreta dos conceitos de área e perímetro, o maior atributo que os aplicativos digitais possuem na aprendizagem dos mesmos é a sua possibilidade de simulação e modelação. Estas características permitiram ao António e à Maria realizar uma visualização imediata através de uma manipulação fácil. O que permitiu promover um ambiente que possibilita a experimentação, a observação e ainda a possibilidade de refletir, refutar, reformular e demonstrar conjecturas, características essas fulcrais, de acordo com Palhares (2004). Ou seja, numa perspetiva pedagógica, os aplicativos digitais permitiram que estes alunos recolhessem de forma rápida e sem grandes problemas, informações relevantes relativamente às diferentes medições trabalhadas durante as aulas. Não impediu, no entanto, que Maria não fosse capaz de interpretar e utilizar todos os dados fornecidos pelos mesmos.

Outra característica relevante é a autonomia que as tarefas com o computador permitiram desenvolver nos alunos. O facto de existir uma ficha que deveria ser preenchida, ao longo da exploração dos aplicativos digitais, permitiu que os alunos realizassem um trabalho mais independente, contudo orientado.

Apesar das atitudes positivas associadas ao uso da tecnologia, são ainda muito reais as limitações relacionadas ao seu uso em sala de aula, como: a dificuldade em obter computadores, problemas na gestão do tempo e comportamento dos alunos (pois o uso requer por parte dos alunos uma postura mais exploratória), e a necessidade do trabalho pedagógico ser planificado tendo em conta o uso da tecnologia. Ainda assim, por permitirem simular e modelar, os professores devem investir na sua utilização, nomeadamente na aprendizagem de conceitos geométricos.

Retomando o objetivo do meu estudo – compreender os contributos do geoplano e das aplicações digitais de geometria dinâmica na aprendizagem da Geometria e Medida, mais precisamente dos conceitos de área e perímetro, identificando quais as características que auxiliam a sua compreensão e eventuais limitações ou dificuldades do seu uso em sala de aula – posso concluir que tanto o geoplano como os aplicativos digitais, assumiram um papel moderadamente importante no processo de aprendizagem dos conceitos de área e de perímetro pelos alunos. Ao longo do estudo verifiquei que estes materiais, em específico, foram determinantes na compreensão dos conceitos pelos alunos, precisamente em dois pontos: como promotores de interesse e facilitadores da atribuição de significado aos conceitos, para os alunos e, pela flexibilidade, que a sua manipulação permite, no que toca à experimentação, devido às suas características próprias.

Relativamente ao contributo destes materiais na postura dos alunos em sala de aula, destaco dois grandes contributos: a motivação e a autonomia. A manipulação orientada dos materiais permitiu que os alunos, por ser uma prática pouco comum em sala de aula, principalmente em matemática, estivessem empenhados e interessados durante as tarefas propostas. Desta forma, foi possível promover um ambiente de trabalho e partilha favorável a qualquer processo de aprendizagem. Outro contributo, que identifico como relevante e amplamente significativo, foi a possibilidade de integrar e envolver os alunos no seu próprio processo de ensino-aprendizagem. O uso orientado dos materiais permitiu que os alunos assumissem um papel ativo durante as tarefas, pois direccionou-os a experimentarem, observarem e refletirem de forma autónoma para solucionar as mesmas. Para além disso, todo o ambiente criado aquando da partilha de dados possibilitou nos alunos o desenvolvimento de competências transversais a qualquer disciplina, como a comunicação, o espírito crítico e a capacidade argumentativa, entre outras.

Para a aprendizagem específica dos conceitos de área e perímetro, posso identificar algumas características que os materiais possuem e que foram determinantes para trabalhar os conceitos. Uma delas são as características mensuráveis, em particular no geoplano e no aplicativo digital, sobre perímetro e área do retângulo. Uma vez que o confronto entre as duas medições era uma condição fundamental (Serrazina & Matos, 1996), para colmatar erros e confusões entre os dois conceitos. O facto de ser possível identificar visualmente a unidade de medida e através da simples contagem calcular qualquer uma das medições, foram condições fundamentais para trabalhar os conceitos de forma simples e objetiva com os alunos. Tornando-se estas mesmas, condições essenciais para os alunos apreenderem e

compreenderem as diferentes fórmulas, não apenas memorizando as mesmas. Outra característica relevante foi a facilidade de manipular e consequente facilidade na obtenção de dados, que aliado à rapidez na recolha de informação, permitiram orientar o trabalho em sala de aula de forma mais produtiva.

Apesar de todos os benefícios anteriormente referidos, reconheço que o uso de materiais manipuláveis e de aplicativos digitais acarreta também a consciência da existência de algumas limitações. Por exemplo, a possibilidade do geoplano permitir construir figuras onde não é possível identificar o seu perímetro, quando se utiliza um dos lados do quadrado mais pequeno do geoplano como unidade de medida, bem como a impossibilidade de encontrar todos os retângulos possíveis com perímetro 16, no aplicativo digital sobre perímetro e área do retângulo, ou mesmo qualquer figura no geoplano, devido à elasticidade do elástico. Ainda que os materiais apresentem limitações, o maior constrangimento sentido surgiu principalmente ao nível das condições logísticas necessárias ao uso dos mesmos. O uso dos computadores foi sem dúvida uma tarefa difícil de gerir, pois o facto de a escola apenas possuir uma sala de informática, que estava constantemente requisitada, não permitiu que se utilizassem mais recorrentemente os computadores durante a minha investigação.

## **Limitações e recomendações**

Numa perspetiva crítica de análise é importante assumir algumas limitações que se foram evidenciando ao longo da elaboração deste trabalho.

A primeira limitação que identifico é o rigor associado às questões colocadas aos alunos. Um exemplo significativo são as questões 5 e 6 da ficha de trabalho da atividade de exploração de um aplicativo digital sobre área do triângulo (Anexo IV). A linguagem utilizada não é a mais correta nem adequada, pelo que recomendo que as mesmas devam ser substituídas por *O que acontece à medida da área do triângulo quando a medida da altura/base duplica.*

Ainda nesta perspetiva, reconheço que a tentativa de ser mais simples na linguagem em situação de ensino na sala de aula fez com que adotasse uma linguagem pouco rigorosa e inclusive propícia a induzir em erro os alunos. A título de exemplo, durante as atividades com recurso ao geoplano, para designar a unidade de medida de área utilizei recorrentemente o

termo quadrado ao invés de referir *medida da área do quadrado mais pequeno que se pode construir no geoplano*.

Devido a constrangimentos organizacionais reconheço que o número de aulas disponíveis para a investigação não foram suficientes, no meu entender, para tornar o estudo mais significativo quanto ao seu objetivo e consequentes questões de investigação. Reconheço assim que o tempo que deve ser disponibilizado para o uso do geoplano e do computador deve ser significativamente maior.

Outra limitação que identifico está relacionada com o elevado número de alunos da turma. Dado que todos os alunos participaram nas tarefas propostas, foi difícil gerir as intervenções dos mesmos, o que impossibilitou que se potencializassem as mesmas de acordo com os objetivos do estudo.

Na minha perspetiva, as entrevistas, tão necessárias para compreender e entender os raciocínios e conceções dos alunos caso, foram insuficientes. Os constrangimentos associados à impossibilidade de realizar entrevistas após a realização de cada uma das atividades propostas, condicionaram a interpretação dos dados recolhidos. Para além disso, reconheço que o tempo de 15 minutos, disponível para as entrevistas, não foi suficiente para compreender plenamente o trabalho dos alunos.

Como forma de potencializar as conclusões do estudo seria interessante replicar o estudo numa outra realidade, tal como outra(s) turma(s) do mesmo ano de escolaridade, bem como em anos anteriores e/ou posteriores, mediante a adequação das tarefas.

Por fim, é importante referir que a falta de experiência enquanto investigadora e professora limitaram todo o estudo, admitindo que o trabalho realizado junto dos alunos e os dados recolhidos podem ser melhorados.

## **Reflexão final**

Numa análise global do trabalho realizado, retiro diversas aprendizagens pessoais que passam necessariamente por um melhor conhecimento das minhas fragilidades, do meu conhecimento empírico e da capacidade de refletir sobre a minha prática, tendo em vista uma melhor qualidade do processo de ensino e aprendizagem.

Ao longo da minha intervenção, foi constante a preocupação em proporcionar momentos e tarefas matemáticas favoráveis à recolha de dados para o meu projeto de investigação. Durante a realização das tarefas, que envolveram a utilização do geoplano e dos aplicativos digitais de geometria dinâmica, a gestão do tempo e do comportamento dos alunos, a meu ver, condicionaram a devida exploração e consequentemente as potencialidades dos próprios materiais para a aprendizagem dos alunos, constituindo este um enorme desafio para mim. Posso assim afirmar que desenvolver uma sequência didática coerente e adequada ao tempo disponível, aos recursos existentes, ao contexto e ao objetivo da minha investigação, sem nunca descurar a planificação anual do professor cooperante, foi difícil, mas igualmente desafiante.

Nesta linha de pensamento a investigação que realizei contribuiu para melhorar o meu conhecimento relativo à aprendizagem dos alunos, mais propriamente dos conceitos de área e perímetro, permitindo auxiliar os mesmos a superar dificuldades relacionadas com o modo como estes resolvem as tarefas que envolvem esses conceitos de área e perímetro. Apesar de algumas dificuldades sentidas com o uso do geoplano e dos aplicativos digitais de geometria dinâmica, os ganhos foram muitos, consciencializando-me dos benefícios associados à aprendizagem dos conceitos de área e perímetro por parte dos alunos, como também da sua possibilidade de implementação em sala de aula. Aprendendo mais sobre estas ferramentas, de modo a tirar o maior partido das mesmas.

Para além disso, a possibilidade de poder intervir num futuro contexto de trabalho mobilizando aprendizagens adquiridas ao longo do meu percurso académico e posteriormente refletir sobre todo o trabalho desenvolvido junto dos alunos, permitiu consciencializar-me das minhas limitações direcionando os meus esforços para as colmatar. Assim sendo, esta experiência revelou-se como um importante momento de aprendizagem sobre a minha própria prática pedagógica, como investigadora, mas também como futura professora.

## Bibliografia

- Abrantes, P., Cunha Leal, L., Teixeira, P., & Veloso, E. (1997). *MAT 789: Inovação Curricular em Matemática*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Afonso, N. (2005). *Investigação Naturalista em Educação: Um guia prático e crítico*. Porto: Edições ASA.
- Alarcão, I. (2001). Professor-investigador: Que sentido? Que formação? *Cadernos de Formação de Professores*, pp. 21-30.
- Albuquerque, T. O., & Carvalho, R. F. (1990). *Dicionário Elementar - Matemática*. Lisboa: Texto Editora.
- Baptista, J. M. (1993). *A Educação Tecnológica e os novos programas*. Porto: Edições ASA.
- Bell, J. (1993). *Como Realizar um Projecto de Investigação*. Lisboa: Gradiva.
- Bogdan, R., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Botas, D., & Moreira, D. (março de 2013). A Utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática - Um estudo no 1º Ciclo. *Revista Portuguesa de Educação*, pp. 253-286.
- Campenhoudt, L. V., & Quivy, R. (1992). *Manual de Investigação em Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva.
- Caraça, B. J. (1998). *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: Gradiva.
- Coelho, E. B., Tavares, L. C., & Costa, A. P. (7 a 9 de maio de 2012). *Recursos Educativos para o Ensino da Geometria: O caso prático do "medir-medindo - tarefas com o geoplano*. Obtido de Ludomedia: [https://www.ludomedia.pt/uploads/news\\_files/18.pdf](https://www.ludomedia.pt/uploads/news_files/18.pdf)
- Coutinho, C. P., & Chaves, J. H. (2002). O estudo de caso na investigação em Tecnologia Educativa em Portugal. *Revista Portuguesa de Educação*, pp. 221-243.
- Figueiredo, A. D. (2000). Novos Media e Nova Aprendizagem. Em A. D. Carvalho, A. D. Figueiredo, E. Morin, G. Delacôte, J. J. R., F. Silva, . . . S. Papert, *Novo Conhecimento, Nova Aprendizagem* (pp. 71-81). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Fonseca, C. N. (1999). *Interacções em pequenos grupos em resolução de problemas e actividades investigativas na aula de Matemática: Uma experiência no 8º ano de escolaridade*. Porto: Faculdade de Ciência da Universidade do Porto.
- Hole, V. (1980). *Como Ensinar Matemática no Básico e no Secundário*. Lisboa: Livros Horizonte.
- Kenski, V. M. (2007). *Educação e Tecnologia: O novo ritmo da informação*. São Paulo, Brasil: Papirus Editora.



- Lessard-Hébert, M., Goyette, G., & Boutin, G. (2005). *Investigação Qualitativa: Fundamentos e Práticas*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Lopes, C. L. (2013). *A Aprendizagem de Perímetro e Áreas com Geogebra: Uma experiência de ensino*. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Ma, L. (2009). *Saber e Ensinar Matemática Elementar*. Lisboa: Gradiva.
- Matos, J. M., & Serrazina, M. L. (1996). *Didática da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- ME. (2001). *As tecnologias de informação nas escolas: Condições de equipamento e utilização*. Lisboa: ME.
- ME. (2013). *Programa de Matemática: Ensino Básico*. Lisboa: ME.
- Mercado, L. P. (2002). *Novas Tecnologias na Educação: Reflexões Sobre a Prática*. Maceió, Brasil: Editora da Universidade Federal de Alagoas.
- Moran, J. M., Masetto, M., & Behrens, M. A. (2000). *Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica*. São Paulo, Brasil: Papirus Editora.
- NCTM. (1991). *Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: APM e IIE.
- NCTM. (1993). *Quinto Ano. Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar: Coleção de Adendas – Anos de Escolaridade K-6 (versão portuguesa)*. Lisboa: APM.
- NCTM. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. . Lisboa: APM.
- Pais, F. (1999). *Multimédia e Ensino: Um novo paradigma*. Lisboa: IIE.
- Palhares, P. (2004). *Elementos de Matemática: Para professores do Ensino Básico*. Lisboa: Lidel.
- Papert, S. (1997). *A Família em Rede*. Lisboa: Relógio D'Água Editores.
- Pereira, M. G. (2012). *Contributos de um ambiente de Geometria Dinâmica (Geogebra) e do Geoplano na compreensão das propriedades e relações entre quadriláteros: Um estudo com alunos do 4.º ano*. Lisboa: Escola Superior de Educação - Instituto Politécnico de Lisboa.
- Ponte, J. P. (1986). O computador e a aprendizagem: Teoria e investigação sobre os efeitos psicológicos e sociais. *Revista de Educação*, pp. 53-61.
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. Em GTI, *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, pp. 105-132.
- Precatado, A., Lopes, A., Baeta, A., Loureiro, C., Ferreira, E., Guimarães, H., . . . Abrantes, P. (1998). *Matemática 2001 - Diagnóstico e Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.

- Rodrigues, M., & Bernardo, M. (Setembro de 2011). Ensino e aprendizagem da Geometria. *Actas do XXII Seminário de Investigação em Educação Matemática*, pp. 339-344.
- Serrazina, L., & Matos, J. M. (1996). *O Geoplano na sala de aula*. Lisboa: APM.
- Stake, R. (2012). *A Arte de Investigação com Estudos de Caso*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian .
- Ventura, S. R. (2013). *O geoplano na resolução de tarefas envolvendo os conceitos de área e perímetro: um estudo no 2º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade de Lisboa.

### **Documentos institucionais**

- (2015). *Projeto Curricular de Turma*.
- (2015). *Projeto Educativo 2011/2015 – Agrupamento de Escolas da Boa Água*. Disponível em [http://aeboaagua.org/ebiba/wp-content/uploads/2011/11/PE\\_v1\\_05\\_2.pdf](http://aeboaagua.org/ebiba/wp-content/uploads/2011/11/PE_v1_05_2.pdf) (acedido a 03/10/2015).

## **Anexos**

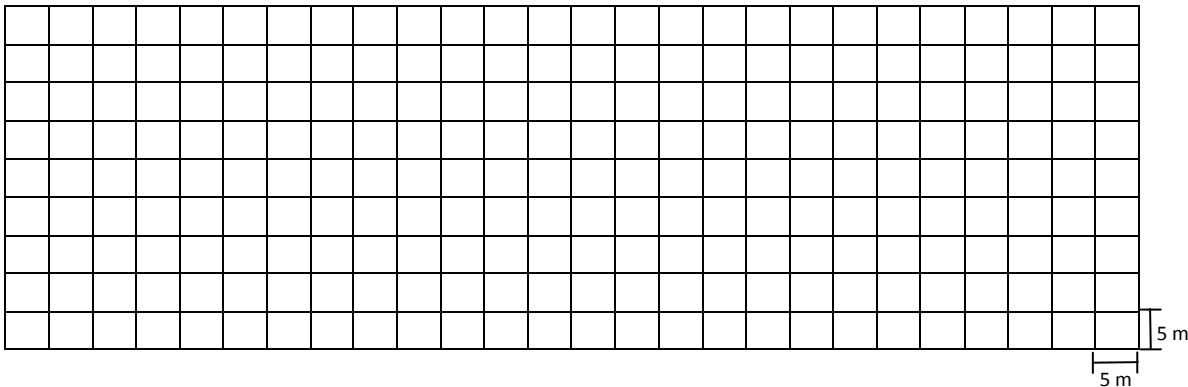
Anexo I – Ficha de Diagnóstico

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Parte I

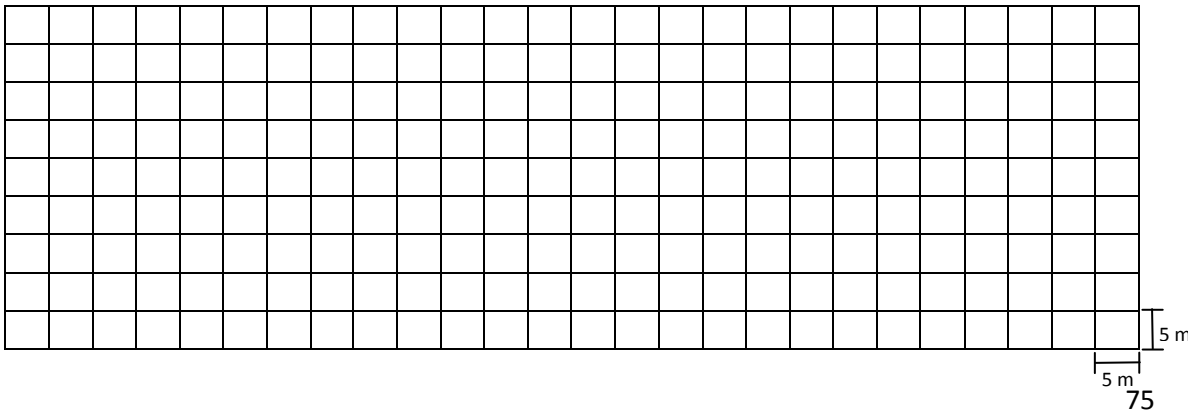
O Senhor João possui um terreno com 60 metros de comprimento e 20 metros de largura.

1. Usando a grelha quadriculada que se segue elabora um esboço do terreno do Senhor João.



2. Como forma de proteger o terreno, o Senhor João pretende colocar uma rede, cercando todo o terreno. Quantos metros de rede são necessários?

3. O irmão do Senhor João também tem um terreno retangular mas com dimensões diferentes das do terreno do Sr. João. Ele descobriu que pode vedar o seu terreno usando exatamente a mesma quantidade de rede. Que dimensões poderá ter o terreno do irmão do Sr. João? Desenha-o usando a grelha quadriculada que se segue.



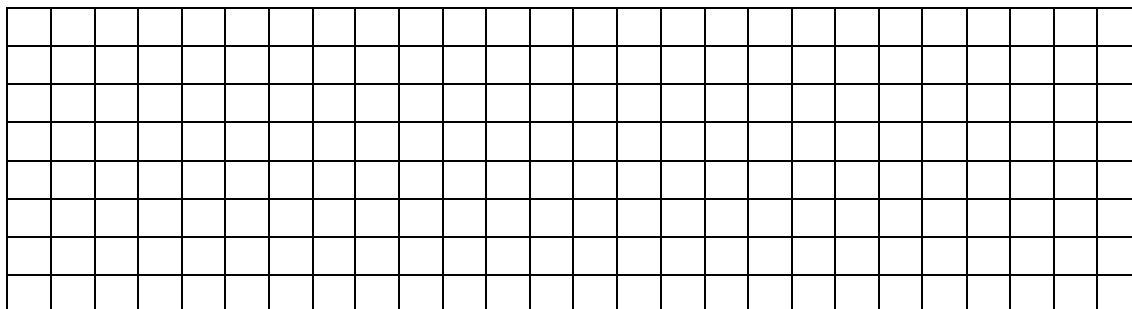
4. Considerando como unidade de medida de área, a área do quadrado mais pequeno da grelha quadriculada, qual a área de cada uma das figuras que desenhaste (em 1. e 3.)?

5. Para tornar o espaço mais acolhedor, o terreno do senhor João será coberto com palha. Sabendo que um fardo de palha permite cobrir  $5 \text{ m}^2$  de terreno, quantos fardos serão necessários para cobrir todo o terreno?

## Parte II

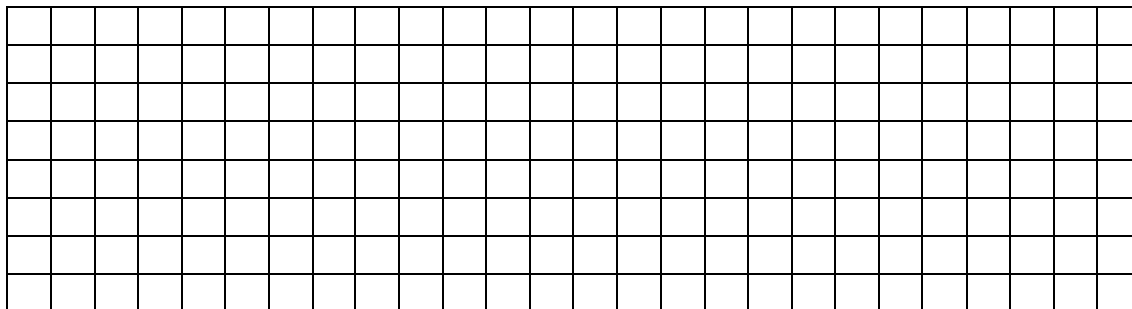
1. Responde às seguintes questões justificando com um esboço na grelha quadriculada.

1.1. Dois terrenos com o mesmo perímetro podem ter áreas diferentes.



**1.2.** Dois terrenos com a mesma área podem ter perímetros diferentes

---



**2.** Distingue os dois conceitos envolvidos nas questões anteriores: área e perímetro.

Área é \_\_\_\_\_

---

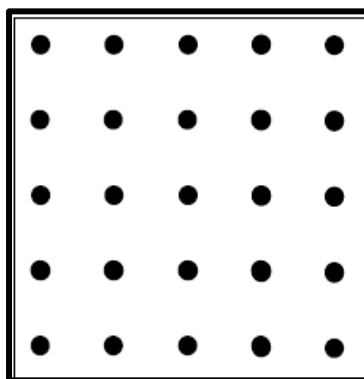
Perímetro é \_\_\_\_\_

---

## Anexo II – Ficha de trabalho da atividade Unidades de medida não standard

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

1. Representa a figura encontrada neste ponteadado.



### Anexo III – Ficha de trabalho da atividade de exploração de um aplicativo digital sobre perímetro e área do retângulo

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Entra no aplicativo digital Área do retângulo.

Ao deslocar o ponto P ao longo da linha podes obter diferentes retângulos.

Observa a legenda que se encontra no aplicativo. Como podes verificar o perímetro nunca se altera. Investiga o que acontece à medida da área de um retângulo quando se alteram o comprimento e a largura mas não se altera o perímetro.

1. Move o ponto P na linha e regista na seguinte tabela todos os retângulos possíveis de construir.

Perímetro	Comprimento	Largura	Área

2. Através do preenchimento da tabela identifica qual o retângulo que apresenta maior área?

3. Estabelece uma relação entre os valores de comprimento e largura do retângulo com maior área encontrado e a sua área. O que podes concluir?



## **Anexo IV – Ficha de trabalho da atividade de exploração de um aplicativo digital sobre área do triângulo**

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_/\_\_/\_\_

**Será que todos os triângulos que apresentam os mesmos valores de medida de base e altura têm a mesma área?**

Move o vértice A do triângulo [ABC] sobre a reta e responde às seguintes questões:

1. Quando ‘arrastas’ o vértice A, a altura do triângulo varia ou mantém-se constante? Qual a medida da altura do triângulo?
2. Quando ‘arrastas’ o vértice A, a base do triângulo varia ou mantém-se constante? Qual a medida da base do triângulo?
3. O que achas que acontece à área do triângulo, quando ‘arrastas’ o vértice A? Varia ou mantém-se constante? Confirma no programa e justifica porque achas que isso acontece.

4. O que podes concluir relativamente à área do triângulo?
5. Se o triângulo tiver o dobro da altura, o que ocorre à área?
6. Se o triângulo tiver o dobro da base, o que ocorre à área?
7. E se o triângulo tiver simultaneamente o dobro da altura e o dobro da base, o que ocorre à área?

## Anexo V – Análise estatística dos inquéritos por questionário

Questão 1 (Consideras a matemática uma disciplina importante?)

Respostas	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
Sim	26	1,00	100
Não	0	-	-
Total	26	1,00	100

Questão 2 (Gostas de matemática?)

Respostas	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
Sim	18	0,69	69,23
Não	8	0,31	30,77
Total	26	1	100

Questão 3 (Tens bons resultados à disciplina de matemática?)

Respostas	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
Sim	16	0,62	61,54
Não	10	0,38	38,46
Total	26	1	100

Questão 4 (Achas que os teus resultados estão de acordo com o teu desempenho na disciplina?)

Respostas	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
Sim	17	0,65	65,38
Não	9	0,35	34,62
Total	26	1	100

Questão 5 (Gostas de utilizar o computador para aprender/estudar?)

Respostas	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
Sim	18	0,69	69,23
Não	8	0,31	30,77
Total	26	1	100

Questão 6 (Gostas de utilizar o geoplano nas aulas de matemática?)

Respostas	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
Sim	26	1	100
Não	0	0	0
Total	26	1	100

Questão 7 (Da lista que se segue indica, com uma cruz, o material que para ti é indispensável para aprender matemática)

Itens da lista	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
Lápis/caneta	19	0,73	73,08
Calculadora	9	0,35	34,62
Geoplano	13	0,50	50,00
Régua	18	0,69	69,23
Compasso	14	0,54	53,85
Papel	19	0,73	73,08
Transferidor	19	0,73	73,08
Tesoura	10	0,38	38,46
Borracha	18	0,69	69,23
Manual	17	0,65	65,38
Computador	9	0,35	34,62
Fichas	16	0,62	61,54
Total de alunos	26		

Questão 8 (Relativamente à disciplina de matemática, analisa as seguintes afirmações e indica o grau de acordo/desacordo. Utiliza a escala de 1- discordo em absoluto – a 5- concordo totalmente)

Afirmação: A matemática é uma disciplina muito difícil.			
Grau de acordo/desacordo	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
1	8	0,31	30,77
2	2	0,08	7,69
3	7	0,27	26,92
4	6	0,23	23,08
5	3	0,12	11,54
Total	26	1	100

Afirmação: A matemática está presente no nosso dia-a-dia.			
Grau de acordo/desacordo	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
1	2	0,08	7,69
2	0	-	-
3	0	-	-
4	3	0,12	11,54
5	21	0,81	80,77
Total	26	1	100

Afirmação: A matemática é divertida.			
Grau de acordo/desacordo	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
1	1	0,04	3,85
2	2	0,08	7,69
3	8	0,31	30,77
4	9	0,35	34,62
5	6	0,23	23,08
Total	26	1	100

Afirmação: A matemática ajuda a solucionar problemas do nosso dia-a-dia.			
Grau de acordo/desacordo	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
1	1	0,04	3,85
2	0	-	-
3	2	0,08	7,69
4	2	0,08	7,69
5	21	0,81	80,77
Total	26	1	100

Afirmação: Saber matemática é fazer contas.			
Grau de acordo/desacordo	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
1	4	0,15	15,38
2	5	0,19	19,23
3	7	0,27	26,92
4	5	0,19	19,23
5	5	0,19	19,23
Total	26	1	100

Afirmação: Posso usar o computador para aprender matemática.			
Grau de acordo/desacordo	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
1	0	-	-
2	0	-	-
3	4	0,15	15,38
4	9	0,35	34,62
5	13	0,50	50,00
Total	26	1	100

Afirmação: Só se aprende matemática ao fazer exercícios escritos.			
Grau de acordo/desacordo	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
1	10	0,38	38,46
2	3	0,12	11,54
3	7	0,27	26,92
4	4	0,15	15,38
5	2	0,08	7,69
Total	26	1	100

Afirmação: Saber matemática é saber resolver problemas.			
Grau de acordo/desacordo	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
1	2	0,08	7,69
2	3	0,12	11,54
3	5	0,19	19,23
4	8	0,31	30,77
5	8	0,31	30,77
Total	26	1	100

Afirmação: Só se aprende matemática utilizando calculadora.			
Grau de acordo/desacordo	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
1	9	0,35	34,62
2	7	0,27	26,92
3	4	0,15	15,38
4	5	0,19	19,23
5	1	0,04	3,85
Total	26	1	100

Afirmação: Só se aprende matemática utilizando lápis/caneta e papel.			
Grau de acordo/desacordo	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
1	8	0,31	30,77
2	4	0,15	15,38
3	7	0,27	26,92
4	4	0,15	15,38
5	3	0,12	11,54
Total	26	1	100

Afirmação: Saber matemática permite-me obter melhores resultados às outras disciplinas.			
Grau de acordo/desacordo	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
1	4	0,15	15,38
2	3	0,12	11,54
3	9	0,35	34,62
4	6	0,23	23,08
5	4	0,15	15,38
Total	26	1	100

Afirmação: Manipular e explorar materiais permite aprender melhor matemática.			
Grau de acordo/desacordo	Freq. Absol.	Freq. Rel.	Freq. Rel. %
1	4	0,15	15,38
2	2	0,08	7,69
3	5	0,19	19,23
4	5	0,19	19,23
5	10	0,38	38,46
Total	26	1	100